

ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ЖЕСТКОСТЬ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЗУБЧАТЫХ РЕДУКТОРОВ

Александр Николаевич Беляев, кандидат технических наук,
зав. кафедрой прикладной механики

Татьяна Владимировна Тришина, кандидат технических наук,
доцент кафедры прикладной механики

Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I

Целью исследования является вывод зависимости для определения эквивалентной жесткости многоступенчатого зубчатого редуктора при анализе двухмассовой колебательной системы и апробация полученных результатов при моделировании многомассовой динамической колебательной системы «двигатель – трансмиссия». В результате проведенного анализа выявлено, что большая часть повреждений в механизмах и их деталях происходит из-за возникновения в них колебаний вследствие динамического воздействия разнообразных факторов: ударных и знакопеременных нагрузок, неуравновешенных частей машин и т.д. Поэтому конструктор на стадии проектирования и инженер в процессе эксплуатации должны предусмотреть возможность регулирования колебательных процессов как в деталях, так и в машинах за счет создания рациональных конструкций, а также применения специальных устройств – гасителей колебаний, различных вибраторов с оптимальными характеристиками. При этом расчетные методы должны быть корректными и давать истинную оценку происходящим процессам. Однако попытки аналитического описания крутильных колебаний валов в прикладной теории малых механических колебаний приводят к несогласованности результатов, полученных согласно классической теории. Предложенная простая и наглядная методика вывода формулы для определения эквивалентной жесткости двухмассовой колебательной системы многоступенчатого редуктора с упругими редукторными связями без учета внутренних потерь и инерционности его элементов дает результат, полностью совпадающий с результатом, полученным методами классической теории малых механических колебаний, и позволяет исключить из расчетов формулы приведения моментов инерции маховых масс и жесткостей валов. Использование предложенной зависимости при моделировании сложной колебательной системы «двигатель – трансмиссия» позволило подобрать рациональные характеристики ее элементов. Результаты экспериментальных исследований показали, что расхождение теоретических и экспериментальных данных составило 5...10 %, что для решения задачи такой сложности вполне приемлемо и доказывает правильность предложенной зависимости для эквивалентной крутильной жесткости многоступенчатого редуктора, каковыми являются трансмиссии тракторов и автомобилей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: тракторы, автомобили, редуктор, крутильные колебания, система «двигатель – трансмиссия», эквивалентная жесткость, моделирование.

The objective of this study was to obtain the dependence to determine the equivalent stiffness of a multistage gear for the analysis of a dual-mass oscillation system and to validate the obtained results in the simulation of a multi-mass dynamic oscillation system of engine-to-transmission. The analysis revealed that most of damages in the mechanisms and their parts are due to the occurrence of oscillations caused by dynamic effects of a variety of factors, such as impact and alternating loads, imbalanced machine parts, etc. Therefore, the designer at the designing stage and the engineer during operation must consider the possibility of regulating the oscillatory processes both in parts and machines by creating rational structures and using special devices, such as dampers and various vibrators with optimal characteristics. In these cases the calculation methods must be correct and must give a true evaluation of the occurring processes. However, attempts of analytical description of torsional vibration of shafts in applied theory of small mechanical vibrations lead to inconsistency of results obtained according to the classical theory. The proposed simple and visual method of deriving the formula for determining the equivalent stiffness of a dual-mass oscillation system of a multistage gear with elastic geared connections without accounting for internal losses and persistence of its elements yields a result that is fully consistent with the results obtained by the classical theory of small mechanical vibrations and allows eliminating the formula of reduction of moments of inertia of rotating mass and stiffness of shafts. The use of the proposed dependence in the simulation of a complex oscillatory system of engine-to-transmission allowed selecting rational characteristics of its elements. Experimental results showed that the discrepancy between theoretical and experimental data was

5-10%, which is acceptable for solving the problem of such complexity and proves the correctness of the proposed relationship for equivalent torsional stiffness of a multi-stage gear, the examples of which include transmissions of tractors and motor vehicles.

KEY WORDS: tractors, motor vehicles, gear, torsional vibrations, system of engine-to-transmission, equivalent stiffness, simulation.

Теоретический анализ. Вследствие увеличения неравномерности внешней нагрузки, повышения скорости движения происходит ужесточение колебательного процесса в редукторе (трансмиссии) [15]. Крутильная жесткость элементов редукторов и их моменты инерции оказывают существенное влияние на формирование в них динамических нагрузок. Комплекс динамических свойств, очевидно, влияет на устойчивость движения и на обеспечение требуемого качества работ.

Целью исследования является вывод зависимости для определения эквивалентной жесткости многоступенчатого зубчатого редуктора при анализе двухмассовой колебательной системы и апробация полученных результатов при моделировании многомассовой динамической колебательной системы «двигатель – трансмиссия».

Для защиты редуктора от неравномерности работы необходимо подобрать на стадии проектирования рациональные характеристики его элементов с упругими динамическими связями, гасители колебаний и другие устройства, т.е. решить вопросы, связанные с выбором основных конструктивных характеристик его элементов. Однако некоторые трудности, связанные с математическими исследованиями, требуют дополнительного исследования.

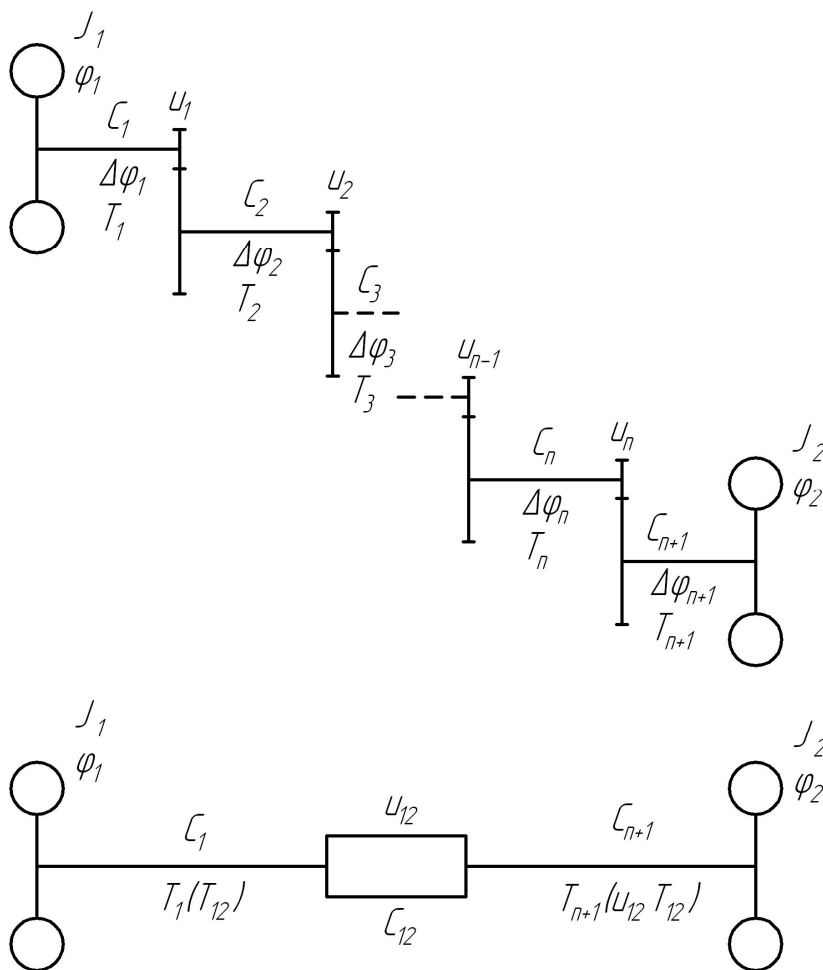


Рис. 1. К расчету эквивалентной жесткости многоступенчатого редуктора

При этом попытки аналитического описания крутильных колебаний валов в прикладной теории малых механических колебаний были направлены на построение рациональных алгоритмов, позволяющих получить приближенные результаты того или иного уровня точности [1, 10], и в некоторых случаях приводят к несогласованности результатов, полученных согласно классической теории малых механических колебаний [11, 16].

Главную роль в прикладной теории крутильных колебаний играет процесс приведения моментов инерций и жесткостей к определенному валу или маховой массе [10], что является одной из самых сложных задач теории крутильных колебаний.

Вычисление эквивалентной жесткости одноступенчатого редуктора на основе уравнения Лагранжа [9] было проведено при анализе одно- и двухмассовой колебательной систем в работах [3, 4, 13].

Распространение этой методики на многоступенчатый редуктор (рис. 1) приводит к очень громоздкому вычислительному процессу. Мы воспользуемся другой, более простой и наглядной методикой, которая применена для одноступенчатого редуктора в работе [2], и получим такой же конечный результат.

Методика. При расчетах, так же как и в работах [2, 3, 4, 13], пренебрегаем моментами инерции зубчатых колес и валов, считая их малыми по сравнению с маховыми массами J_1 и J_2 . Используем очевидные равенства для крутящих моментов на валах редуктора [8]:

$$\left. \begin{aligned} T_2 = u_1 T_1; \quad T_3 = u_2 T_2 = u_1 u_2 T_1, \\ \dots \\ T_n = (u_1 u_2 u_3 \dots u_{n-1}) T_1, \\ T_{n+1} = (u_1 u_2 u_3 \dots u_{n-1} u_n) T_1 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где u_i – передаточные отношения ступеней редуктора [5].

Углы скручивания валов только от действия локальных крутящих моментов определяются с помощью следующих равенств:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi_1 = \frac{T_1}{C_1}; \quad \Delta\varphi_2 = \frac{T_2}{C_2}; \quad \Delta\varphi_3 = \frac{T_3}{C_3}; \\ \dots \dots \dots \\ \Delta\varphi_n = \frac{T_n}{C_n}; \quad \Delta\varphi_{n+1} = \frac{T_{n+1}}{C_{n+1}}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где C_i – крутильные жесткости валов редуктора.

Суммарный относительный угол поворота маховых масс J_1 и J_2 [2] равен

$$\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - u_{12}\varphi_2, \quad (3)$$

где $u_{12} = u_1 u_2 u_3 \dots u_{n-1} u_n$ – общее передаточное отношение редуктора [5].

Зависимость для $\Delta\varphi_{12}$ из (3) с учетом (1) и (2) запишем в развернутом виде

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi_1 + u_1 \{ \Delta\varphi_2 + u_2 [\Delta\varphi_3 + u_3 (\Delta\varphi_4 + \dots)] \} = \frac{T_1}{C_1} + \\ + u_1 \left\{ \frac{u_1 T_1}{C_2} + u_2 \left[\frac{u_1 u_2 T_1}{C_3} + u_3 \left(\frac{u_1 u_2 u_3 T_1}{C_4} + \dots \right) \right] \right\} = \end{aligned}$$

$$= T_I \left(\frac{1}{C_1} + \frac{u_1^2}{C_2} + \frac{u_1^2 u_2^2}{C_3} + \frac{u_1^2 u_2^2 u_3^2}{C_1} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{u_1^2 u_2^2 u_3^2 \dots u_{n-1}^2}{C_n} + \frac{u_1^2 u_2^2 u_3^2 \dots u_{n-1}^2 u_n^2}{C_{n+1}} \right)$$

Здесь n – количество зубчатых пар;

$n + 1$ – количество упругих валов.

Обозначая момент на входном валу редуктора $T_{12} = T_I$, получим

$$T_{12} = C_{12}(\varphi_1 - u_{12}\varphi_2),$$

где общее передаточное отношение редуктора $u_{12} = u_1 u_2 u_3 \dots u_{n-1} u_n$, а эквивалентная жесткость

$$C_{12} = \frac{I}{\frac{I}{C_1} + \frac{u_1^2}{C_2} + \frac{u_1^2 u_2^2}{C_3} + \dots + \frac{u_1^2 u_2^2 \dots u_{n+1}^2}{C_n} + \frac{u_1^2 u_2^2 \dots u_n^2}{C_{n+1}}}.$$

Момент на выходном валу редуктора

$$T_{n+1} = u_{12} T_{12}.$$

Результаты. Таким образом, мы получили выражение эквивалентной жесткости для двухмассовой колебательной системы многоступенчатого редуктора с упругими редукторными связями. Это дает возможность исключить из прикладной теории колебаний формулы приведения моментов инерции маховых масс и жесткостей валов.

Предлагаемая методика определения эквивалентной жесткости многоступенчатого зубчатого редуктора не учитывает внутренние потери и инерционность его элементов.

Результаты предложенной работы были использованы при моделировании динамической системы «двигатель – трансмиссия» [6, 7, 12, 14].

Работы [6, 7, 12, 14] посвящены теоретическим и экспериментальным исследованиям движения машинно-тракторного агрегата (МТА).

Методы исследования. Теоретические исследования проводились методами математического моделирования.

В указанных работах уравнения, описывающие движение вращающихся масс динамической колебательной системы передачи энергии от двигателя к ведущим колесам (рис. 2), были получены на основе сделанных в настоящей работе выводов:

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - u_{12}\varphi_2) + K_{12}(\dot{\varphi}_1 - u_{12}\dot{\varphi}_2) = T_e ; \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - u_{12} C_{12}(\varphi_1 - u_{12}\varphi_2) - K_{12}(\dot{\varphi}_1 - u_{12}\dot{\varphi}_2) + \\ + C_{23}[\varphi_2 - u_{23}(\varphi_3 - \alpha)] - K_{23}[(\dot{\varphi}_3 - \dot{\alpha}) - \dot{\varphi}_2 / u_{23}] + \\ + C_{24}[\varphi_2 - u_{24}(\varphi_4 - \alpha)] - K_{24}[(\dot{\varphi}_4 - \dot{\alpha}) - \dot{\varphi}_2 / u_{24}] = 0 ; \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 - u_{23} C_{23}[\varphi_2 - u_{23}(\varphi_3 - \alpha)] + \\ + K_{23}[(\dot{\varphi}_3 - \dot{\alpha}) - \dot{\varphi}_2 / u_{23}] = -P'_{k1} r'_{D1} , \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 - u_{24} C_{24}[\varphi_2 - u_{24}(\varphi_4 - \alpha)] + \\ + K_{24}[(\dot{\varphi}_4 - \dot{\alpha}) - \dot{\varphi}_2 / u_{24}] = -P'_{k2} r'_{D2} ,$$

где J_1, J_2, J_3, J_4 – соответственно моменты инерции маховика и движущихся деталей двигателя, коробки передач, колес переднего и заднего мостов;

r_{D1}, r_{D2} – средние динамические радиусы качения ведущих колес переднего и заднего мостов;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ – углы поворотов маховика, маховой массы элементов коробки передач, колес переднего и заднего мостов;

u_{12}, u_{23}, u_{24} – передаточные отношения коробки передач, конечных передач переднего и заднего мостов;

K_{12}, K_{23}, K_{24} – коэффициенты демпфирования трансмиссии, приводов и шин переднего и заднего мостов;

C_{12}, C_{23}, C_{24} – эквивалентные крутильные жесткости валов сцепления и коробки передач, конечных передач и шин переднего и заднего мостов в окружном направлении;

T_e – значение крутящего момента двигателя на регуляторной характеристике;

P'_{k1}, P'_{k2} – суммарные касательные силы тяги на колесах переднего и заднего ведущих мостов;

α – угол поворота остова трактора в продольно-вертикальной плоскости.

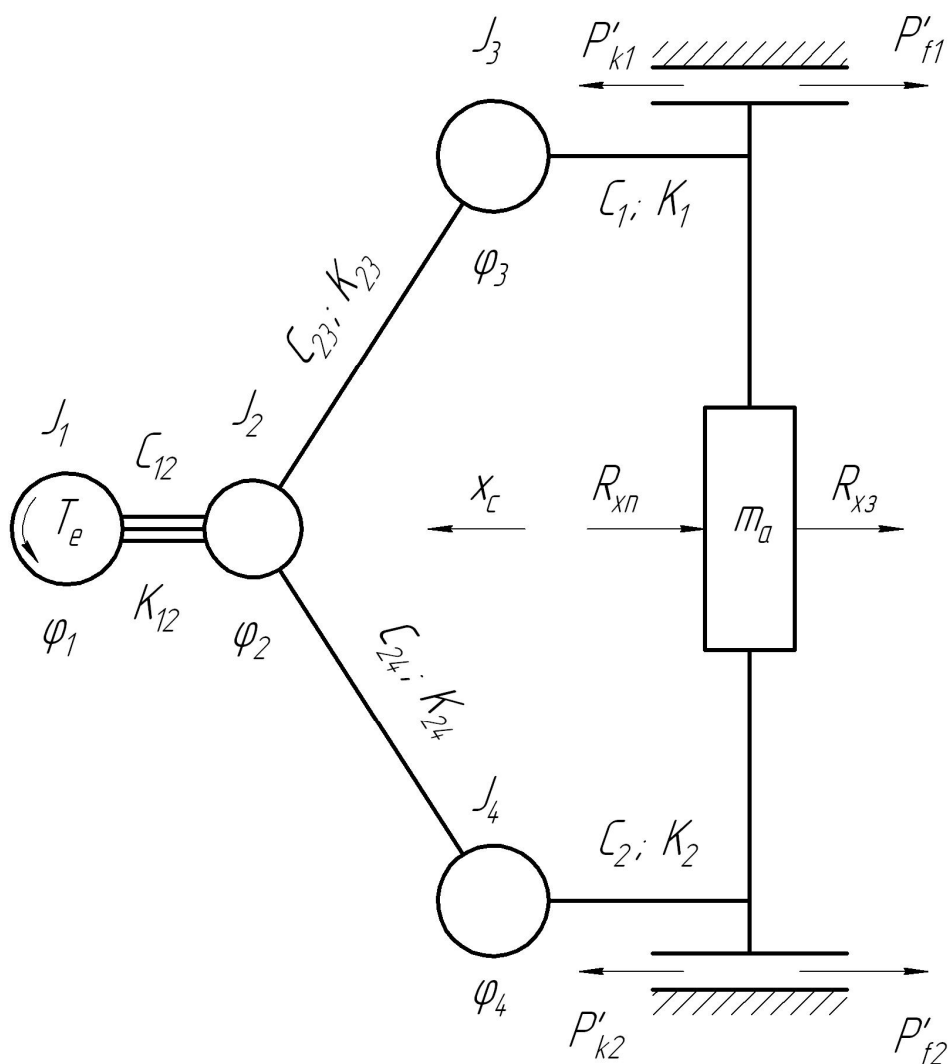


Рис. 2. Схема динамической модели МТА

Вывод. Расхождение теоретических и экспериментальных данных [6, 7, 12, 14] составило 5...10 %, что для решения задачи такой сложности вполне приемлемо и доказывает правильность предложенной зависимости для эквивалентной крутильной жесткости многоступенчатого редуктора, каковыми являются трансмиссии тракторов и автомобилей.

Список литературы

1. Барский И.Б. Динамика тракторов / И.Б. Барский, В.Я. Анилович, Г.М. Кутьков. – Москва : Машиностроение, 1973. – 280 с.
2. Беляев А.Н. Инженерный метод расчета малых механических колебаний валов редукторов / А.Н. Беляев, В.И. Крюков // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 2007. – № 9. – С. 34–36.
3. Беляев А.Н. Использование классической теории малых механических колебаний для исследования крутильных колебаний валов редуктора / А.Н. Беляев, В.И. Крюков // Системы управления и информационные технологии. – Воронеж : Воронежский государственный технический университет. – 2007. – № 1.1 (27). – С. 134–136.
4. Беляев А.Н. Определение эквивалентной жесткости системы при расчете редукторных приводов машин / А.Н. Беляев, В.В. Шередекин, Т. В. Тришина // Современные тенденции развития технологий и технических средств в АПК : материалы науч. конф. профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников и аспирантов по актуальным проблемам АПК в области механизации, электрификации сельского хозяйства и переработки сельскохозяйственной продукции (31 марта – 7 апреля 2014 г.). – Воронеж : ФГБОУ ВПО Воронежский ГАУ, 2014. – С. 72–74.
5. Беляев А.Н. Теория механизмов и машин: учебное пособие / А.Н. Беляев, В.В. Шередекин. – Воронеж : ФГБОУ ВПО Воронежский ГАУ, 2012. – 376 с.
6. Беляев А.Н. Улучшение характеристик криволинейного движения комбинированного МТА на базе колесного трактора класса 2 ЛТЗ применением упруго-демпфирующего привода колес : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.20.01 / А.Н. Беляев. – Воронеж, 1995. – 22 с.
7. Беляев А.Н. Улучшение характеристик криволинейного движения комбинированного МТА на базе колесного трактора класса 2 ЛТЗ применением упруго-демпфирующего привода колес: дис. ... канд. техн. наук : 05.20.01 / А.Н. Беляев. – Воронеж, 1995. – 217 с.
8. Иванов М.Н. Детали машин / М.Н. Иванов. – Москва : Высшая школа, 2008. – 408 с.
9. Лурье А.И. Аналитическая механика / А.И. Лурье. – Москва : Физматгиз, 1961. – 824 с.
10. Маслов Г.С. Расчеты колебаний валов : справочник / Г.С. Маслов. – Москва : Машиностроение, 1980. – 151 с.
11. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний / Я.Г. Пановко. – Москва : Наука, 1991. – 255 с.
12. Поливаев О.И. Влияние упругодемпфирующего привода ведущих колес на поворачиваемость МТА / О.И. Поливаев, А.Н. Беляев, Е.М. Попов // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2000. – № 3. – С. 19–22.
13. Поливаев О.И. Крутильные колебания валов механических трансмиссий / О.И. Поливаев, А.Н. Беляев, Е.М. Попов // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2000. – № 4. – С. 28–29.
14. Поливаев О.И. Оценка влияния упругодемпфирующего привода ведущих колес на поворачиваемость МТА / О.И. Поливаев, А.Н. Беляев // Техника в сельском хозяйстве. – 2000. – № 2. – С. 27–30.
15. Снижение нагруженности трактора ЛТЗ-155 от внешних воздействий / О.И. Поливаев [и др.] // Техника в сельском хозяйстве. – 1993. – № 4. – С. 26–27.
16. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Унвер. – Москва : Машиностроение, 1985. – 472 с.