УДК 581:55+632.911.3
DOI: 10.17238/issn2071-2243.2018.2.186

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВЕГЕТАЦИОННОГО ИНДЕКСА NDVI ОЗИМОЙ ПШЕНИЦЫ В УСЛОВИЯХ ЦФО

Алексей Георгиевич Буховец[1]
Евгений Александрович Семин[1]
Евгений Иванович Костенко[2]
Светлана Ивановна Яблоновская[1]

[1]Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I
[2]ООО «Центрально-Черноземная агропромышленная компания»

В отличие от рассмотренных в литературе моделей, оперирующих, как правило, усредненными данными по значительным массивам полей (регион, область, сельскохозяйственное предприятие), в статье представлен подход, моделирующий динамику NDVI на сравнительно небольших по площади объектах – отдельных полях в 30–200 га. Рассматриваемая мультипликативная модель учитывает одновременное наличие двух противоположных тенденций в этапах развития озимой пшеницы: процессов нарастания фитомассы растений и ее убывания. Параметры предложенной модели оценивались методом наименьших квадратов по данным NDVI для посевов озимой пшеницы в областях Центрального федерального округа за 2017 г. на полях с различными уровнями урожайности: высокой, средней и низкой. Проверка работоспособности модели была проведена на данных дистанционного зондирования Земли более чем ста полей ЦФО и позволила установить значимость параметров. Качество полученных значений оценок динамической кривой в значительной степени зависит от количества данных, которые имеются в наличии. При достаточном количестве исходных данных регрессионная, линейная по оцениваемым параметрам, логарифмическая модель является статистически значимой на стандартном 5% уровне и объясняет от 60 до 80% общей вариации вегетационного индекса. В рамках предложенной модели удается получить оценку времени созревания и готовности посевов к уборке. Предложенная модель может быть использована для аппроксимации пропущенных значений вегетационного индекса NDVI, оценки времени достижения максимального значения индекса и, следовательно, прогнозирования начала сроков уборки. Приводятся примеры использования статистических оценок параметров динамической модели при краткосрочном прогнозировании урожайности.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: спектрорадиометр MODIS, вегетационный индекс NDVI, математическое моделирование биологических процессов, озимая пшеница, прогноз урожайности.

SIMULATION OF THE DYNAMICS OF THE NDVI OF WINTER WHEAT IN THE CONDITIONS OF THE CENTRAL FEDERAL DISTRICT

Aleksey G. Bukhovets[1]
Evgeniy A. Semin[1]
Evgeniy I. Kostenko[2]
Svetlana I. Iablonovskaia[1]

[1]Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great
[2]OOO Tsentralno-Chernozemnaya Agro-Promyshlennaya Kompaniya

In contrast to the approaches that were considered in the literature and, as a rule, used the averaged data on significant field arrays (e.g. a region, an oblast, or an agricultural enterprise), the authors present an approach to the mathematical simulation of dynamics of the NDVI for relatively small areas, e.g. individual fields of 30–200 hectares. The considered multiplicative model takes into account the simultaneous presence of two opposite trends in the stages of development of winter wheat: the processes of growth of plant phytomass and its decline. The parameters of the proposed model were estimated using the method of least squares of the NDVI data for winter wheat sowings in the regions of the Central Federal District in 2017 in the fields with different yield levels (high, medium and low). The model was tested on the Earth remote sensing data from more than one hundred fields in the Central Federal District and allowed

determining the significance of parameters. The quality of the obtained values of the dynamic curve estimates largely depends on the amount of available data. If the amount of initial data is sufficient, then the logarithmic regression model linear in the parameters is statistically significant at the standard 5% level and explains from 60 to 80% of the total variation in the vegetation index. Within the framework of the proposed model, it is possible to obtain an estimate of the maturation time and readiness of crops for harvesting. The proposed model can be used to approximate the missing values of the NDVI, estimate the time to reach the maximum value of the index and, consequently, to predict the beginning of the harvesting time. The authors give examples of using the statistical estimates of the parameters of the dynamic model for short-term forecasting of yields.
KEY WORDS: MODIS spectroradiometer, vegetation index, NDVI, mathematical simulation of biological processes, winter wheat, yield forecasting.

Введение

Развитие космической отрасли создает предпосылки для внедрения методов оценки состояния растительного покрова поверхности Земли. На сегодняшний день на базе снимков из космоса рассчитывается большое количество различных показателей, характеризующих рост и развитие растений [24]. Одним из таких количественных показателей активной биомассы является индекс NDVI, обычно называемый просто вегетационным индексом. Этот показатель используется для мониторинга состояния и продуктивности посевов во многих странах мира. Некоторые авторы отмечают, что в настоящее время не разработаны общие подходы и методология оценки продуктивности растений по данным космических аппаратов. Попытки установить прямую связь вегетационного индекса с урожайностью массивов полей, судя по публикациям, пока не дали ощутимых результатов [4, 19].

В последнее время большое внимание уделяется развитию программно-информационной составляющей, позволяющей обрабатывать и визуализировать спутниковую информацию, и в частности разработке математических моделей контроля и прогнозирования состояния посевов [18, 20]. Моделирование процессов динамики вегетационных индексов в этом плане является весьма актуальной и имеющей важное практическое значение задачей.

Информационной базой представленной работы послужили данные NDVI ежедневных измерений по полям озимой пшеницы областей Центрального федерального округа за 2017 г., очищенные с помощью масок от влияния мешающих факторов. Основная задача исследования заключается в разработке на основе имеющегося статистического материала NDVI математической модели, позволяющей описывать динамический процесс развития посевов озимой пшеницы с целью оценки их продуктивности.

Анализ первичных данных значений рядов NDVI

Предварительный анализ имеющихся в распоряжении данных показал, что такие характеристики процесса роста озимой пшеницы, как урожайность, значения NDVI (максимальное, среднее и минимальное), имеют распределение, близкое к нормальному (рис. 1). Это свидетельствует о том, что для этих характеристик выполняются предпосылки, близкие к тем, которые присущи основным положениям закона больших чисел (ЗБЧ). Другими словами, имеется большое число самых различных факторов, воздействующих (оказывающих влияние) на урожайность в примерно равной степени, но при этом отсутствует какой-либо доминирующий (превалирующий) фактор.

Выполнение положений ЗБЧ указывает на некоторую однородность статистического материала, что не позволяет проводить какие-либо классификационные построения, т. е. выделять однородные естественным образом группы объектов. Этот вывод подтверждается и результатами дисперсионного анализа, проведенного по предложенным группировкам по зонам, а также по величине урожайностей, сгруппированных в следующем порядке: низкая – менее 40 ц/га, средняя – менее 65 ц/га, высокая – более 65 ц/га.

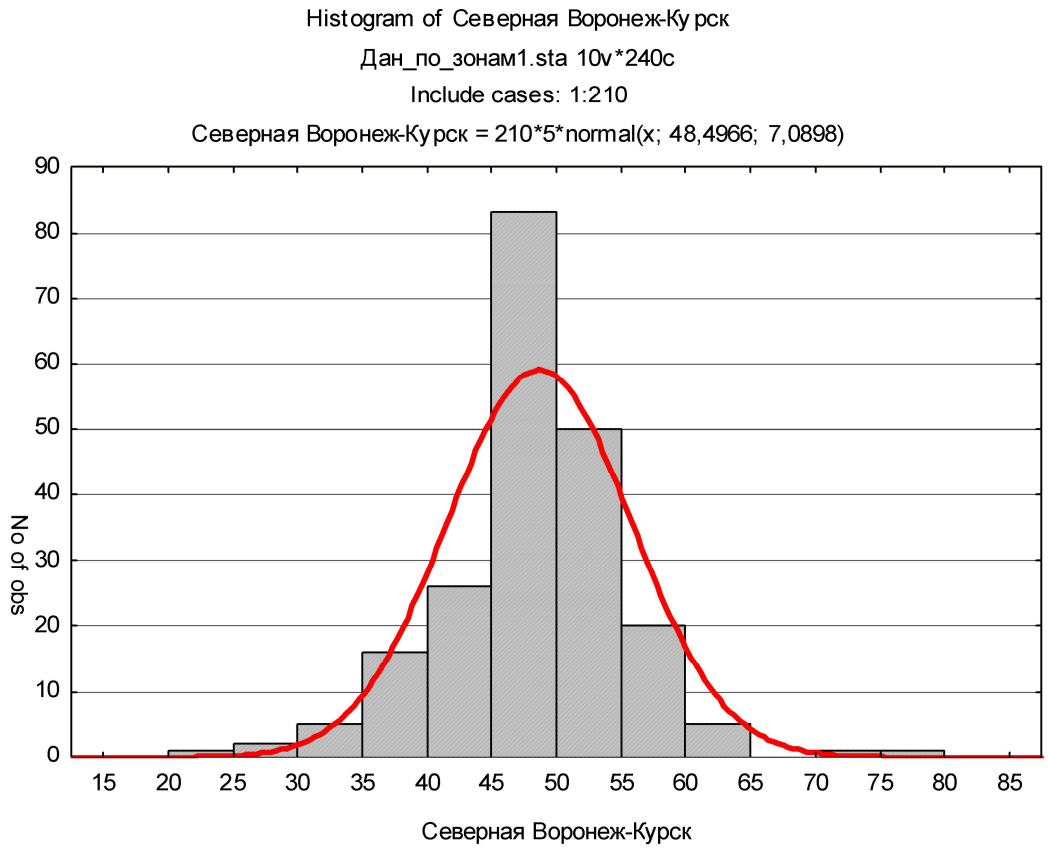

Рис. 1. Гистограммы распределений урожайностей в зоне Северная Воронеж-Курск

Таким образом, результаты анализа дескриптивных характеристик (табл. 1 и 2) позволяют сделать вывод, что более оправданным будет изучение динамики вегетационного процесса по отдельным выделенным единицам. В качестве таковых взяты отдельные поля, которые при таком подходе можно считать практически однородными и которые могут быть охарактеризованы средним значением NDVI по данному полю.

Таблица 1. Дескриптивные статистики наблюдений урожайности, площадей и индекса NDVI

Variable	Descriptive Statistics (Данные за 2017_год.sta)					
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.	Standard Error
Урож_2017	33479	48,6586	23,58000	97,0100	10,18391	0,055658
Площадь	33479	129,8225	30,06734	754,8000	97,41408	0,532397
Z_count	33479	38,8042	1,00000	239,0000	31,32464	0,171198
Z_min	33479	0,4576	0,00412	1,1301	0,16595	0,000907
Z_max	33479	0,6607	0,03134	1,2139	0,16870	0,000922
Z_mean	33479	0,5655	0,01974	1,1420	0,17441	0,000953

Таблица 2. Дескриптивные статистики урожайности по зонам

Variable	Descriptive Statistics (Дан_по_зонам1.sta)				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
Северная Воронеж-Курск	210	48,49657	25,00000	78,96000	7,08977
Северо-Западная Курск	240	50,93796	23,58000	97,01000	11,60533
Тамбовская	23	46,50957	30,09000	84,66000	11,14572
Центральная Воронеж	88	41,36614	25,30000	61,97000	10,03945
Центральная Курск	95	50,61821	29,90000	77,28000	10,64654
Юго-Западная Белгород-Курск	92	48,44641	24,52000	77,52000	10,15868

Как показывает проведенный анализ (табл. 1), размеры полей колеблются в пределах от 30 до 754 га. В этом случае изучение динамики вегетационного индекса NDVI будет относиться к конкретной единице, в качестве которой будет выступать поле, и, следовательно, моделирование процесса динамического изменения значений вегетационного индекса с необходимостью должно учитывать особенности морфогенеза данной сельскохозяйственной культуры.

В этом аспекте представленное исследование отличается от традиционных работ по схожей тематике. Так, ряд авторов (см., например, [6, 13, 14, 15] и др.) рассматривают усредненные значения вегетационного индекса NDVI по довольно большим территориальным объектам – по области [6], по отдельным административным районам [1, 22], по отдельным сельскохозяйственным предприятиям [13], или средние многолетние значения этого показателя по декадам для каждой из областей региона [9].

Статистический материал, которым мы располагали, не позволял корректно, на наш взгляд, проводить такого рода усреднения, в силу того, что поля располагались порой на значительных расстояниях и не образовывали связного (непрерывного) множества, что является необходимым условием типологического районирования [3].

NDVI как показатель динамики зеленой массы растений

Методы дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) находят широкое применение в контроле состояния растительного покрова поверхности Земли. В настоящее время для характеристики роста и текущего состояния растений используются различные показатели [12, 24].

Наиболее распространенным показателем фотосинтетически активной биомассы является индекс NDVI (Normalized Difference Vegetation Index) – нормализованный разностный вегетационный индекс, обычно называемый просто вегетационным индексом (см., например, [2, 6, 7, 10]). Этот индекс позволяет отслеживать динамику накопления фитомассы в течение вегетационного периода и основан на анализе отражательной способности растительности в различных областях спектра, определяемой наличием различных пигментов, содержанием воды, структуры листьев [17]. На красную зону спектра (длина волны 0,6–0,7 мкм) приходится максимум поглощения солнечного излучения хлорофиллом, на ближайшую инфракрасную (длина волны 0,7–1,0 мкм) – максимальное отражение солнечной энергии [6]. Благодаря тому что спектр меняется с течением времени в зависимости от фазы развития биологического вида, состояния окружающей среды и т. д., он может быть использован при решении задач оценки состояния растительности, а также качества зерна [5].

Для вычисления данного индекса применяется формула

$$NDVI = \frac{P_N - P_R}{P_N + P_R}, \quad (1)$$

где P_N – значение отражения в ближней инфракрасной области спектра;

P_R – значение отражения в красной области спектра.

Таким образом, плотность растительности определяется отношением разности коэффициентов отражения в ближней инфракрасной и красной областях спектра к их сумме [11].

Поскольку для зеленой растительности коэффициент отражения в красной зоне спектра P_R всегда ниже, чем в ближайшей инфракрасной P_N (из-за высокой поглощательной способности), то NDVI для растительности не может принимать значения ниже 0. И наоборот, чем больше зеленая масса, тем выше значения NDVI, но они не могут превышать единицы [24].

Анализ динамики вегетационного индекса широко используется при решении конкретных задач сельского и лесного хозяйства. Показатель NDVI, используемый для

мониторинга состояния и продуктивности посевов во многих странах мира, является в настоящее время основным параметром, который получают в ходе дистанционного зондирования Земли.

Среди преимуществ использования индекса NDVI можно отметить, прежде всего, возможность оперативного получения достоверных данных по обширным территориям. Также важным с практической точки зрения является возможность получения данных на труднодоступных участках и, конечно, строгая периодичность повторной съемки той же территории через требуемые интервалы времени.

Недостатками использования индекса NDVI являются:

- высокая трудоемкость работы с большим объемом информации;
- погрешность исходных данных (например, из-за погодных условий);
- сильная зависимость яркости в исследуемых спектральных диапазонах от параметров среды (обусловленная наличием мешающего фактора облачности и свойств прозрачности атмосферы, угла падения света, типа почвы [18]);
- актуальность полученной информации только в период вегетации растений.

Отметим также, что в последнее время большое внимание уделяется развитию программно-информационной составляющей, позволяющей обрабатывать и визуализировать спутниковую информацию, и в частности данные, представляющие значения вегетационных индексов. Однако такой подход требует совершенствования методологических подходов, в то время как многие авторы (например, [8, 10]) отмечают, что в настоящее время еще не разработаны общие подходы и методология оценки продуктивности растений по данным ДЗЗ.

Динамическая модель вегетационного индекса NDVI

Связь NDVI с характеристиками роста, как показывают исследования [13], не является прямой и однозначной. Неоднократные попытки ученых установить прямую связь вегетационного индекса с урожайностью массивов полей, судя по публикациям, пока не привели к вполне однозначному результату и не принесли какого-либо ощутимого успеха (см., например, [1, 10]). В научной литературе отмечается наличие корреляционной связи для больших массивов полей, однако интерпретацию такой связи нельзя считать общепринятой.

Мы предполагаем, что более тесная информационная связь может быть обнаружена в ходе исследования формы динамической кривой NDVI, т. е. такая связь должна будет проявиться в динамических характеристиках вегетационного индекса.

Исходные данные, имевшиеся в нашем распоряжении, представляли собой массивы значений NDVI посевов озимой пшеницы в ЦФО, усредненные по результатам измерения в период от возобновления вегетации до созревания (март–август) за 2017 г. Эти данные были получены с помощью космического аппарата MODIS с разрешающей способностью 250 м. При этом первоначальные данные были очищены от мешающих факторов (облачность, дымка и пр.) с помощью специальных масок.

Типичный пример эмпирических данных представлен на рисунке 2. Аналогичные кривые динамики вегетационного индекса широко представлены в научной литературе [8; 13; 20, с. 247; 21, с. 13].

Основная гипотеза нашего исследования заключается в предположении, что динамические параметры кривой вегетационного индекса связаны с продуктивностью растений (с фитомассой) сельскохозяйственной культуры. Для тестирования этой гипотезы сначала необходимо построить модель динамики вегетационного индекса, зависящую от параметров, характеризующих протекание биологических процессов. Затем на основании имеющихся в распоряжении статистических данных провести оценку этих параметров и попытаться оценить степень зависимости полученных значений параметров от уровней урожайности. Исходя из этих предпосылок построим математическую модель динамики вегетационного индекса.

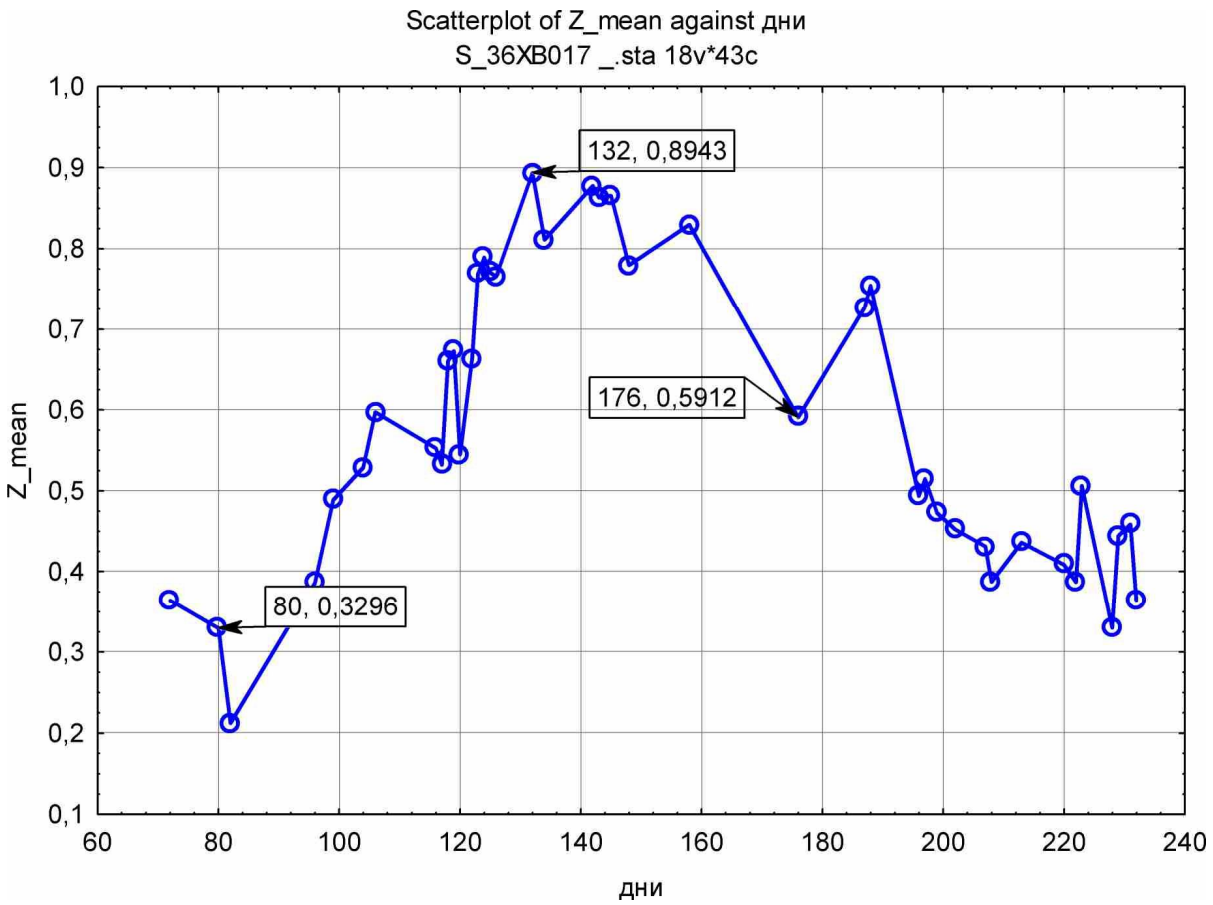

Рис. 2. Пример построения графиков динамики вегетационного индекса NDVI для поля 36XB017 (урожайность 46,8 ц/га)

Рассмотрим модель образования зеленой массы (фитомассы) в посевах озимой пшеницы. Обозначим через *Y(t)* достигнутый к моменту времени *t* уровень, оцениваемый значением вегетационного индекса NDVI.

Через *Yт(t)* обозначим скорость изменения этой массы в момент времени *t*. Естественно предположить, что *Yт(t)* пропорциональна уже достигнутой величине *Y(t)*, но ввиду ограниченности естественных ресурсов эта величина со временем не только растет, но и убывает, т. е. имеет место следующее соотношение:

$$Y'(t) \cong Y(t) \cdot \varphi(t), \qquad (2)$$

где $\varphi(t) \to 0$, при неограниченном увеличении значений *t*.

При $\varphi(t) > 0$ будут преобладать процессы нарастания зеленой массы, а при $\varphi(t) < 0$ – ее уменьшения.

Известно, что в случае, когда $\varphi(t) = \left(1 - \frac{Y(t)}{a}\right)$, уравнение (2) переходит в уравнение ограниченного роста Ферхюльста [16, с. 39]. Решение этого уравнения – кривая логиста, которая, как известно, после достижения некоторого уровня сохраняет практически постоянное значение. Это свойство не в полной мере соответствует наблюдаемому нами процессу, поскольку, как показывает анализ эмпирических данных (в качестве примера см. рис. 1), начиная с некоторого момента, связанного с созреванием пшеницы, происходит уменьшение значений вегетационного индекса. Поэтому мы предлагаем следующий вид функции:

$$\varphi(t) = \left(\frac{b}{t} - a\right), \quad (3)$$

где b – параметр, определяющий скорость нарастания массы, значение которого является убывающей функцией времени;

a – параметр, характеризующий скорость убывания зеленой массы, не меняющийся во времени.

Будем предполагать, что в представленной модели параметр a характеризует воздействие внешней среды (т. н. «сопротивление»), которое в первом приближении будем полагать постоянным во времени. В период развития растений влияние этого параметра незначительно, поскольку интенсивный рост растений скрывает его воздействие. Однако затем, по мере замедления роста растений, влияние этого параметра становится все более и более заметным.

Отметим, что наряду с этой гипотезой было выдвинуто предположение, согласно которому параметр b характеризует вегетативную составляющую, в то время как параметр a – генеративную [13]. Действительно, как показывает качественный анализ данных, максимальное значение вегетационного индекса приходится на фазу выхода в трубку [4] и, по-видимому, связано с формированием зерновки. Однако имеющиеся в нашем распоряжении эмпирические данные не позволяли провести проверку этой гипотезы на статистически значимом уровне.

При таком подходе с необходимостью должен существовать такой момент времени t^*, в который эти две противоположные тенденции будут уравновешивать друг друга. Поскольку при $t < t^*$ будут преобладать процессы роста зеленой массы, а при $t^* < t$ – усыхания, то можно предположить, что максимальное значение функция $Y(t)$ достигнет в тот момент, когда значение t равняется отношению $t^* = b/a$. При $\varphi(t) > 0$ будут преобладать процессы нарастания зеленой массы, а при $\varphi(t) < 0$ – ее уменьшения.

Тогда уравнение (2) примет вид

$$Y'(t) = Y(t) \cdot \left(\frac{b}{t} - a\right) \quad (4)$$

или после разделения переменных

$$\frac{dY}{Y} = \left(\frac{b}{t} - a\right)dt .$$

Интегрируя полученное дифференциальное уравнение и затем потенцируя его, придем к виду

$$Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at} , \quad (5)$$

где C – константа интегрирования, отвечающая за масштаб измерения величины $Y(t)$;

a и b – ранее введенные параметры, характеризующие динамический процесс изменения вегетационного индекса;

t – время, выраженное в днях.

Легко проверить, что значение $t^* = b/a$ для функциональной зависимости (5) будет соответствовать точке локального максимума.

На рисунке 3 представлены графики кривой (5), полученные при различных значениях оцениваемых параметров:

для сплошной линии a: C = 1,5; b = 3,5; a =1,5;

для пунктирной линии b: – C = 1,0; b = 2,0; a = 1,0.

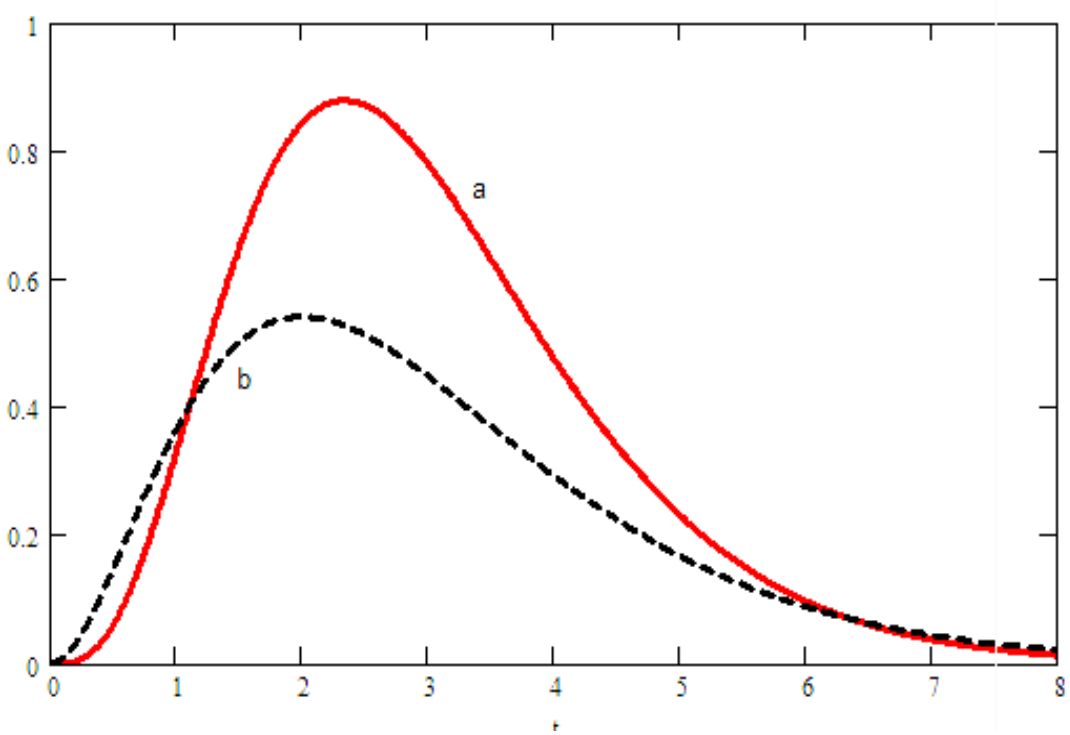

Рис. 3. График функции $Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at}$

Как следует из рисунка 3, изменение значений параметров a и b позволяет использовать семейство этих кривых для аппроксимации результатов наблюдений вегетационного индекса.

Статистическая оценка параметров модели

Имеющиеся в наличии данные наблюдений значений индекса NDVI позволяют построить модель динамики индекса и проверить ее адекватность. Для этого необходимо получить статистические оценки параметров a и b, а затем установить их значимость. Рассмотрим последовательность необходимых действий на примере данных поля 36ХВЩ017, представленных на рисунке 2.

Для оценки параметров прологарифмируем представленную модель (5)

$$\ln Y(t) = \ln C + b \cdot \ln t - a \cdot t,$$

т. е. сведем ее к линейной по параметрам функции, коэффициенты которой, в свою очередь, оценим с помощью метода наименьших квадратов [25].

Используя программу STATISTISA [23], получим следующие значения параметров модели: $C = e^{-25,44} = 0,00000314$, $a = -0,0429$, $b = 6,31$.

Результаты численных расчетов представлены в таблице 3, а графическое представление модели – на рисунке 4.

Таблица 3. Результаты расчета оценок параметров регрессионного уравнения

N = 43	Regression Summary for Dependent Variable: LN_Zmean (S_36XB017 .sta) R= ,87182370 R?= ,76007657 Adjusted R?= ,74808040 F(2,40)=63,360 p<,00000 Std.Error of estimate: ,18316					
	b*	Std. Err. of b*	b	Std. Err. of b	t(40)	p-value
Intercept			-25,445	2,227	-11,424	0,000
LN дни	5,823	0,520	6,309	0,563	11,202	0,000
дни 2017	-5,844	0,520	-0,043	0,004	-11,243	0,000

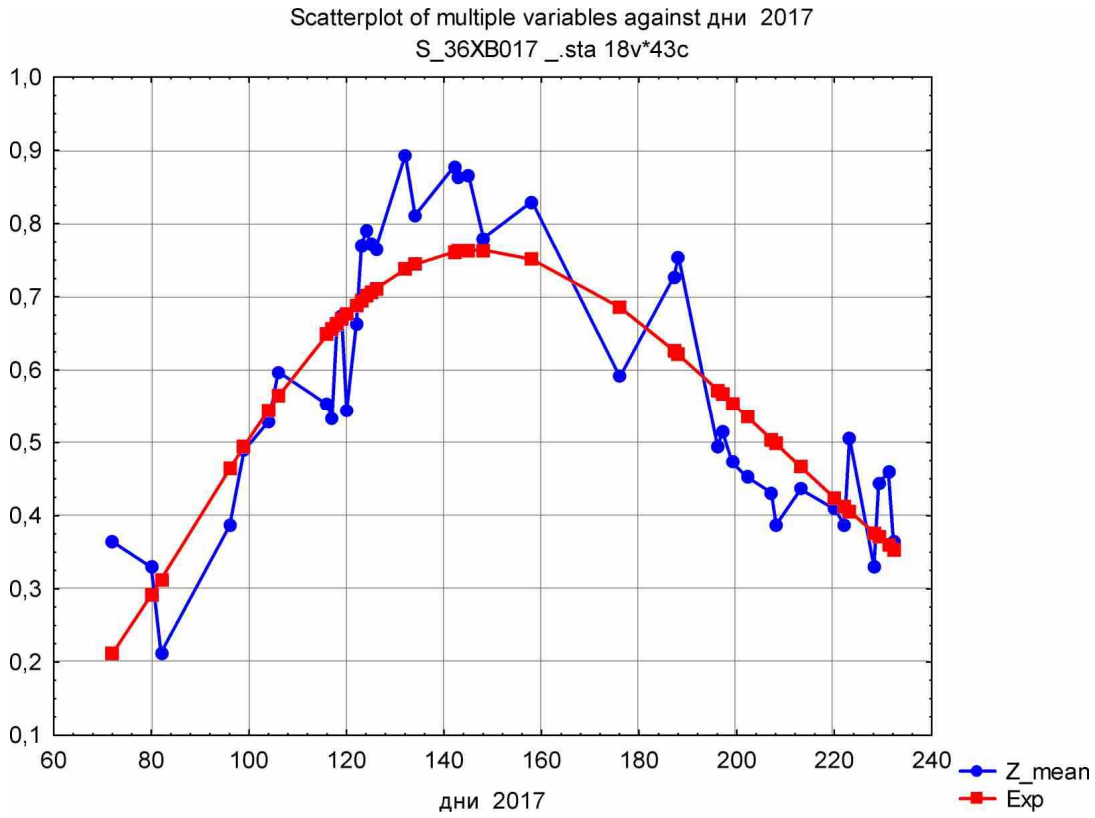

Рис. 4. Модель: $Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at}$, **где** $C = e^{-25,4} = 9,3 \times 10^{-12}$, $b = 6,309$, $a = 0,043$
(круглые маркеры соответствуют экспериментальным данным, квадратные – расчетным)

Определение экстремума этой кривой производится по формуле

$$t^* = \frac{b}{a} \approx 147, \quad (6)$$

что подтверждается экспериментальными данными.

По приведенной выше схеме были произведены расчеты параметров динамической функции вегетационного индекса по полям с различной урожайностью в шести зонах. Полученные результаты не противоречат сформулированной ранее гипотезе.

Результаты проведенных расчетов в дальнейшем были использованы для исследования взаимосвязи между урожайностью отдельных полей и набором значений параметров *a* и *b* динамической функции.

Исследование взаимосвязи показателей динамики NDVI с урожайностью озимой пшеницы в ЦФО

Поиск связи отдельных параметров динамической кривой вегетационного индекса и урожайности сводится к сопоставлению отдельных параметров и наблюдаемых значений урожайности. Так, например, как было показано ранее, отношение параметров *a* и *b* определяет время $t^* = b / a$ достижения максимального значения вегетационного индекса.

Для проведения анализа взаимосвязи урожайности и динамических характеристик нами были предварительно отобраны поля с различной урожайностью. Условно были выделены следующие уровни градации урожайности: высокая – более 70 ц/га; средняя – от 27 до 41 ц/га, низкая – менее 25 ц/га.

Затем для каждой выделенной группы были рассчитаны параметры динамической модели вегетационного индекса. Описательные статистики и корреляционная матрица полученной совокупности представлены в таблицах 4 и 5.

Таблица 4. Дескриптивные статистики массива параметров вегетационного индекса

Variable	Descriptive Statistics (Обобщенные_рез_1а.sta)						
	Valid N	Mean	Confidence -95,000%	Confidence 95,000%	Minimum	Maximum	Std.Dev.
Урожайн	105	51,52	48,52	54,52	25,00	97,01	15,52
C	105	36,01	33,85	38,17	13,50	62,48	11,16
a	105	-0,06	-0,06	-0,05	-0,10	-0,02	0,02
b	105	8,84	8,30	9,37	3,27	15,49	2,78

Таблица 5. Матрица коэффициентов корреляции

Variable	Correlations (Обобщенные_рез_1а_дополнен_ИСПР.sta) Marked correlations are significant at p < ,05000 N=105 (Casewise deletion of missing data)			
	Урожайн	C	a	b
Урожайн	1,0000	-,0635	-,0032	-,0463
	p= ---	p=,520	p=,974	p=,639
C	-,0635	1,0000	-,9830	,9986
	p=,520	p= ---	p=0,00	p=0,00
a	-,0032	-,9830	1,0000	-,9898
	p=,974	p=0,00	p= ---	p=0,00
b	-,0463	,9986	-,9898	1,0000
	p=,639	p=0,00	p=0,00	p= ---

Гистограммы и поля рассеяний значений параметров показателей кривой вегетационного индекса представлены на рисунке 5.

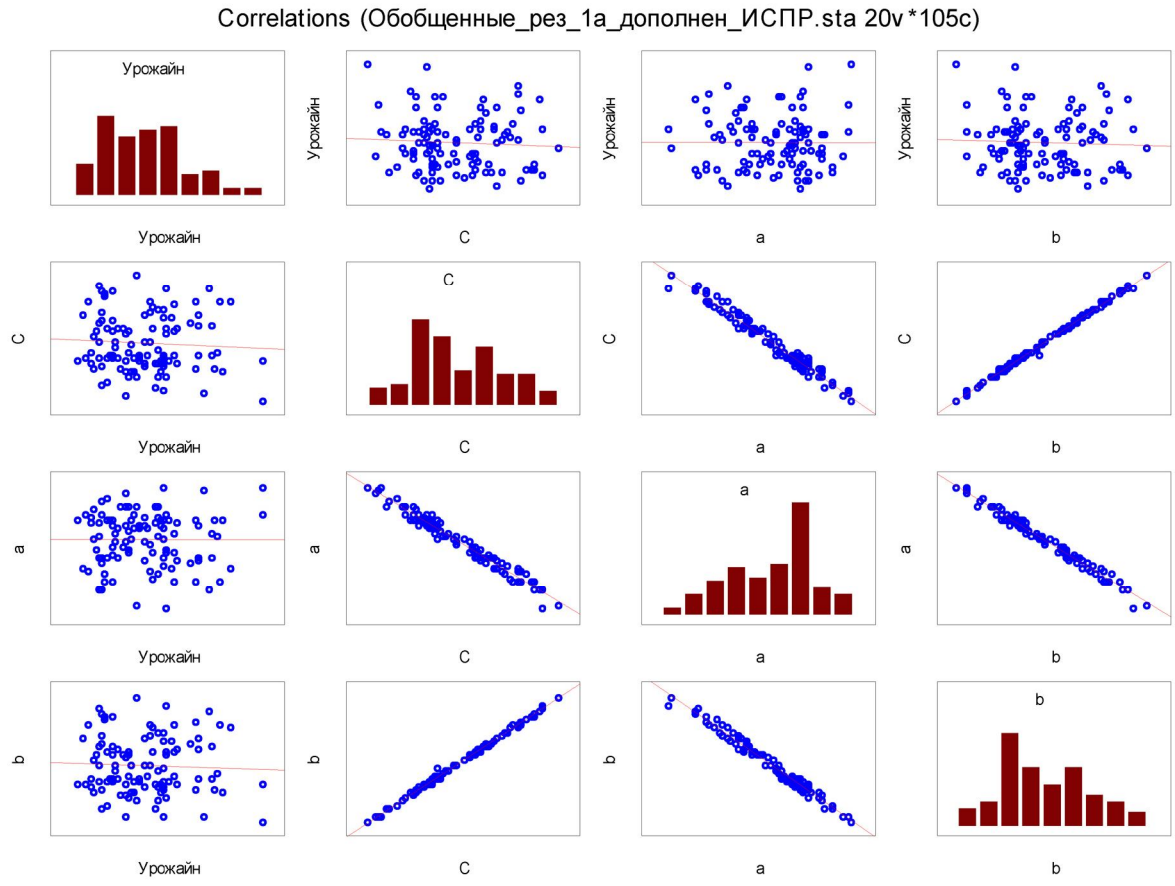

Рис. 5. Гистограммы и поля рассеяний набора параметров динамической функции NDVI

Взаимосвязь параметров a и b подтверждается не только значимым коэффициентом корреляции, но также результатами парного регрессионного анализа.

Таблица 6. Результаты расчета коэффициентов регрессионной модели массива параметров динамической функции NDVI

N=105	Regression Summary for Dependent Variable: b (Обобщенные_рез_1a.sta) R= ,98984294 R?= ,97978904 Adjusted R?= ,97959281 F(1,103)=4993,2 p<0,0000 Std.Error of estimate: ,39657					
	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(103)	p-value
Intercept			0,409	0,125383	3,2586	0,001517
a	-0,989843	0,014008	-149,814	2,120128	-70,6629	0,000000

Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид

$$b = 0{,}409 - 149{,}814 \cdot a\,, \qquad R^2 = 0{,}98\,.$$

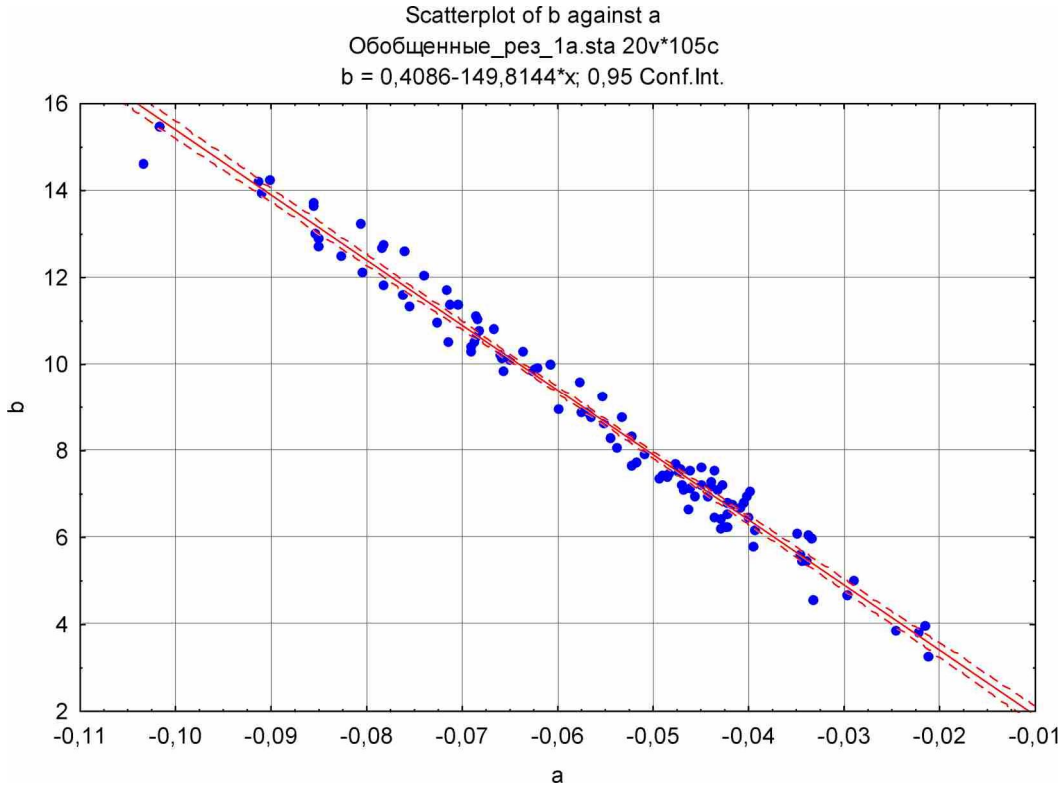

Рис. 6. Регрессионная модель параметров динамической функции NDVI

Фактически этот результат свидетельствует, что почти все поля с зеленой массой практически одновременно достигают максимального значения, поскольку отношение b/a определяет как угловой коэффициент прямой регрессионной модели, так и точку t^* экстремального значения показателя NDVI.

Причем эта величина не изменяется и остается постоянным как для высоких значений урожайности – более 70 ц/га, так и для сравнительно невысоких – менее 25 ц/га.

Связь параметров b и a характеризуется как сильная корреляционная связь, т. е. такая, что с увеличением интенсивности одного из параметров значения другого будут убывать. Этот факт находит отражение и в научной литературе, например, в [4].

Если рассматривать модель урожайности как функцию параметров a и b, то в силу мультиколлинеарности модели (плохой обусловленности ковариационной матрицы) не удается получить значимого уравнения регрессии, которое включало бы все регрессоры. Поэтому приходится использовать методы эффекта устранения мультиколлинеарности, в частности процедуру Backward Stepwise пакета STATISTICA [23].

В таблице 7 представлены результаты построения регрессионной модели.

Таблица 7. Результаты вычисления коэффициентов регрессионной модели устранения мультиколлинеарности

N=105	Regression Summary for Dependent Variable: Урожайн (Обобщенные_рез_1а_дополнен_ИСПР.sta) R= ,36236839 R?= ,13131085 Adjusted R?= ,11427773 F(2,102)=7,7091 p<,00076 Std.Error of estimate: 14,632					
	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(102)	p-value
Intercept			57,89	4,9163	11,77448	0,000000
C	-1,97180	0,502182	-2,75	0,6993	-3,92646	0,000157
a	-1,94139	0,502182	-1645,55	425,6565	-3,86590	0,000195

$$УРОЖАЙНОСТЬ = 57{,}89 - 2{,}75 \cdot C - 1645{,}55 \cdot a \qquad (R^2 = 0{,}13) \qquad (12)$$

Стандартная ошибка уравнения – 14,63.

Таблица 8. Результаты процедуры Backward Stepwise

Variable	Summary of Stepwise Regression; DV: Урожайн(Обобщенные_рез_1а_дополнен_ИСПР.sta)						
	Step - +in/-out	Multiple R	Multiple R-square	R-square change	F - to entr/rem	p-value	Variables included
b	-1	0,362368	0,131311	-0,001714	0,199628	0,655978	2

Переменная *b* была исключена на первом шаге, при этом коэффициент детерминации уменьшился на 0,0017, т. е. незначительно и незначимо. В рамках сформированной ранее гипотезы о связи NDVI с этапами органогенеза этот факт будет означать, что параметр *a* в большей степени оказывает влияние на урожайность, чем параметр *b*.

Используем уравнение (12) для прогноза. Так, если по данным измерения вегетационного индекса были получены следующие оценки: $C = 29{,}5$ и $a = -0043$, то прогнозное значение урожайности составит 47,65 ц/га, при этом 95% доверительный интервал будет (43,65–51,64), а 90% доверительный интервал составит (44,64–50,99).

Таблица 9. Расчет прогнозных значений урожайности с различными уровнями надежности прогноза

Variable	Predicting Values for (Об. 36XB017) varialbe: Урожайн 46,8 ц/га			Variable	Predicting Values for (Об. 36XB017) varialbe: Урожайн 46,8 ц/га		
	b-Weight	Value	b-Weight *Value		b-Weight	Value	b-Weight *Value
C	-2,75	29,500	-80,997	C	-2,75	29,500	-80,997
a	-1645,55	-0,043	70,758	a	-1645,55	-0,043	70,758
Interept			57,887	Interept			57,887
Predicted			47,648	Predicted			47,648
-95,0%CL			43,651	-95,0%CL			44,303
+95,0%CL			51,644	+95,0%CL			50,992

Отметим, что для тестирования были взяты данные динамики вегетационного индекса поля 36XB017 с урожайностью 46,8 ц/га, которые не использовались при определении параметров уравнения (12). Таким образом, проведенный расчет можно рассматривать как контрольное тестирование предложенной схемы.

Заключение

В проделанной работе были проанализированы данные рядов значений NDVI для озимой пшеницы за 2017 г. по полям областей Центрального федерального округа. На основе статистической оценки эмпирических данных были сформулированы предположения о динамическом характере протекания биологических процессов, связанных

со значениями вегетационного индекса. Модельные предположения были проверены на имеющихся статистических данных, что позволило подтвердить выдвинутую гипотезу о механизме формирования вегетационного индекса. В дальнейшем эти предположения стали основой математической модели динамики вегетационного индекса NDVI. Предложенная модель хорошо отражает такие особенности динамики озимой пшеницы, как наличие периода быстрого роста зеленой массы и плавного спада в период созревания.

Качество полученных значений оценок динамической кривой, как показывают практические расчеты, в значительной степени зависит от количества данных, которые имеются в наличии. При достаточном количестве исходных данных регрессионная линейная по параметрам логарифмическая модель является значимой на стандартном 5% уровне и объясняет от 60 до 80% общей вариации вегетационного индекса. Представленная модель легла в основу регрессионных уравнений, используемых для прогнозирования урожайности озимой пшеницы. Был рассмотрен подход, базирующийся на статистических оценках параметров кривой вегетационного индекса

На основе проведенного статистического анализа была получена модель динамики вегетационного индекса для озимой пшеницы. Модель может быть использована для аппроксимации пропущенных значений вегетационного индекса NDVI, оценки времени достижения максимального значения индекса и, следовательно, прогнозирования начала сроков уборки.

Библиографический список

1. Анализ результатов прогнозирования урожайности яровой пшеницы на основе временных рядов статистических данных и интегральных индексов вегетации / Л.Ф. Спивак, И.С. Витковская, М.Ж. Батырбаева, А.М. Каузов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2015. – Т. 12, № 2. – С. 173–182.

2. Береза О.В. О возможности прогнозирования урожайности озимой пшеницы в Среднем Поволжье на основе комплексирования наземных и спутниковых данных / О.В. Береза, А.И. Страшная, Е.А. Лупян // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2015. – Т. 12, № 1. – С. 18–30.

3. Буховец А.Г. Современные подходы и методы в прогнозировании урожайности отдельных видов зерновых культур : монография / А.Г. Буховец, Е.А. Семин, Т.Я. Бирючинская. – Воронеж : ФГБОУ ВПО Воронежский ГАУ, 2016. – 226 с.

4. Возможности дистанционной оценки урожайности озимой пшеницы на основе вегетационного индекса фотосинтетического потенциала / Ф.В. Ерошенко, С.А. Барталев, И.Г. Сторчак, Д.Е. Плотников // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2016. – Т. 13, № 4. – С. 99–112.

5. Возможности региональной оценки качества зерна озимой пшеницы на основе спутниковых данных дистанционного зондирования / Ф.В. Ерошенко, С.А. Барталев, В.В. Кулинцев, И.Г. Сторчак, О.Е. Шестакова, Т.В. Симатин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2017. – Т. 14, № 7. – С. 153–165.

6. Гребень А.С. Анализ основных методик прогнозирования урожайности с помощью данных космического мониторинга, применительно к зерновым культурам степной зоны Украины / А.С. Гребень, И.Г. Красовская // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2012. – № 2 (54). – С. 170–180.

7. Демишева Е.Н. Анализ взаимосвязи вегетационного индекса NDVI и климатических показателей с использованием данных дистанционного зондирования / Е.Н. Демишева // Лесные экосистемы в условиях изменения климата: биологическая продуктивность и дистанционный мониторинг : международный сб. науч. статей ; отв. ред. проф. Э.А. Курбанов. – Йошкар-Ола : Поволжский государственный технологический университет, 2017. – С. 64–74 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https:// inter.volgatech.net/ centre-for-sustainable-management-and-remote-monitoring-of-forests/forest-ecosystems-in-a-changing-climate/ (дата обращения: 10.01.2018).

8. Катаев М.Ю. Методика выравнивания временных рядов / М.Ю. Катаев А.А. Бекеров, А.К. Лукьянов // Доклады ТУСУРа. – 2016. – Т. 19, № 1. – С. 35–39.

9. Колотий А.В. Прогнозирование урожайности озимой пшеницы по различным спутниковым данным / А.В. Колотий // Індуктивне моделювання складних систем. – 2014. – Вип. 6. – С. 107–116.

10. Космический мониторинг земель сельскохозяйственного назначения юга России / В.Е. Зинченко, О.И. Лохманова, В.П. Калиниченко, А.И. Глухов, В.И. Повх, Л.А. Шляхова // Исследование Земли из космоса. – 2013. – № 3. – С. 33–44.

11. Лиджиева Н.Ц. Опыт применения индекса вегетации (NDVI) для определения биологической продуктивности фитоценозов аридной зоны на примере региона Черные земли / Н.Ц. Лиджиева, С.С. Уланова, Н.Л. Федорова // Известия Саратовского университета. Серия: химия, биология, экология. – 2012. – Т. 12, № 12. – С. 93–96.

12. Михайленко И.М. Математическое моделирование роста растений на основе экспериментальных данных / И.М. Михайленко // Сельскохозяйственная биология. – 2007. – № 1. – С. 103–111.

13. Письман Т.И. Определение сезонной динамики урожайности агроценозов на основе спутниковой информации и математической модели / Т.И. Письман, И.Ю. Ботвич, А.Ф. Сидко // Известия РАН. Серия биологическая. – 2014. – № 2. – С. 196–202.

14. Прогнозирование урожайности зерновых и зернобобовых культур в Центральных Черноземных областях на основе комплексирования наземных и спутниковых данных / А.И. Страшная, Л.Л. Тарасова, Н.А. Богомолова, Т.А. Максименко, О.В. Береза // Труды Гидрометеорологического научно-исследовательского центра Российской Федерации. – 2015. – № 353. – С. 128–153.

15. Регрессионные модели прогнозирования урожайности зерновых в Украине по спутниковым данным различной природы / Н.Н. Куссуль, А.В. Колотий, С.В. Яцков, Т.В. Олейник // Научные сообщения ДонНТУ. – 2013. – № 1 (17). – С. 94–101.

16. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Часть 1 / Г.Ю. Ризниченко. – Ижевск, 2002. – 232 с.

17. Семин Е.А. Использование индекса NDVI в прогнозных задачах / Е.А. Семин, А.Г. Буховец // Актуальные вопросы устойчивости АПК и сельских территорий : матер. всероссийской науч.-практ. конф. г. Воронеж, 4 дек. 2017 г. – Воронеж : ФГБОУ ВО Воронежский ГАУ, 2017. – С. 39–43.

18. Современные технологии обработки данных дистанционного зондирования Земли ; под ред. В.В. Еремеева. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 460 с.

19. Сторчак И.Г. Прогнозирование урожайности озимой пшеницы с использованием вегетационного индекса NDVI для условий Ставропольского края : автореф. дис. … канд. с.-х. наук : 06.01.01 / И.Г. Сторчак. – Ставрополь, 2016. – 22 с.

20. Терехин Э.А. Анализ сезонной динамики вегетационного индекса NDVI и отражательных свойств посевов кукурузы на территории Белгородской области / Э.А. Терехин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2014. – Т. 11, № 4. – С. 244–253.

21. Терехин Э.А. Сезонная динамика NDVI многолетних трав и ее использование для типизации их посевов на территории Белгородской области / Э.А. Терехин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2015. – Т. 12, № 1. – С. 9–17.

22. Технология мониторинга состояния посевов по данным дистанционного зондирования Земли на юге Западной Сибири / Л.А. Сладких, Е.И. Сапрыкин, М.Г. Захватов, Е.Ю. Сахарова // ГЕОМАТИКА. – 2016. – № 2. – С. 39–48.

23. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных : учебник / А.А. Халафян. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : ООО «Бином-Пресс», 2010. – 528 с.

24. Черепанов А.С. Вегетационные индексы / А.С. Черепанов // ГЕОМАТИКА. – 2011. – № 2 (11). – С. 98–102.

25. Яновский Л.П. Введение в эконометрику : учеб. пособие / Л.П. Яновский, А.Г. Буховец. – Москва : КНОРУС, 2017. – 256 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ
Принадлежность к организации

Алексей Георгиевич Буховец – доктор технических наук, профессор кафедры экономического анализа, статистики и прикладной математики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Российская Федерация, г. Воронеж, тел. 8(473) 253-75-63 (1380), e-mail: abuhovets@main.ru.

Евгений Александрович Семин – кандидат экономических наук, старший преподаватель кафедры экономического анализа, статистики и прикладной математики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Российская Федерация, г. Воронеж, тел. 8(473) 253-75-63 (1380), e-mail: 113ghz@mail.ru.

Евгений Иванович Костенко – советник Генерального директора по производственным вопросам ООО «Центрально-Черноземная агропромышленная компания», Российская Федерация, г. Воронеж, e-mail: kostenko@prodimex-agro.ru.

Светлана Ивановна Яблоновская – кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики АПК ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», тел. 8(473) 253-75-63 (1302), e-mail: alandd@yandex.ru.

Дата поступления в редакцию 06.04.2018 Дата принятия к печати 26.04.2018

AUTHOR CREDENTIALS
Affiliations

Aleksey G. Bukhovets – Doctor of Engineering Sciences, Professor, the Dept. of Economic Analysis, Statistics and Applied Mathematics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russian Federation, Voronezh, tel. 8(473) 253-75-63 (1380), e-mail: abuhovets@mail.ru.

Evgeniy A. Semin – Candidate of Economic Sciences, Senior Lecturer, the Dept. of Economic Analysis, Statistics and Applied Mathematics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russian Federation, Voronezh, tel. 8(473) 253-75-63 (1380), e-mail: 113ghz@mail.ru.

Evgeniy I. Kostenko – Business Advisor Director General, OOO Tsentralno-Chernozemnaya Agro-Promyshlennaya Kompaniya, Russian Federation, Voronezh, e-mail: kostenko@prodimex-agro.ru.

Svetlana I. Iablonovskaia – Candidate of Economic Sciences, Docent, the Dept. of Economics in Agro-Industrial Complex, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russian Federation, Voronezh, tel. 8(473) 253-75-63, (1302), e-mail: alandd@yandex.ru.

Received April 06, 2018 Accepted April 26, 2018