**УДК 551.507:631.10**
**DOI: 10.17238/issn2071-2243.2018.4.239**

# ОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА КООРДИНАТ ЦЕНТРА РАСПРЕДЕЛЕННОГО ГЕОГРАФИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ПО ДАННЫМ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

**Марина Викторовна Ванеева**
**Владимир Дмитриевич Попело**

Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I

Объектом исследования является центр распределенных географических объектов, таких как части света, материки, острова, государственные и административные образования, населенные пункты, земельные участки и другие подобные объекты. Цель данной работы состоит в классификации возможных подходов к определению положения центра распределенного географического объекта и обосновании базовых алгоритмов вычисления координат центра в рамках этих подходов. Установлены основные подходы (робастный, каркасный и балансный) к решению задачи определения центра как точки территории, в которой достигается определенный баланс отдельных частей или элементов распределенных географических объектов. Различия подходов определяются объемом требуемой для расчета координатной информации. Приведена краткая характеристика каждого из них и рассмотрены основные черты типичных алгоритмов определения центра распределенных географических объектов. Предложенные алгоритмы представляют собой решения оптимизационных задач. Оптимальное значение координат центра соответствует минимуму функционала, определяющего сумму расстояний от искомого центра до выбранных поворотных точек границы. Вид функционала и число поворотных точек границы, используемых для расчетов в рамках предложенных подходов, различны. Установлено, что наиболее общее решение получают в рамках балансного подхода. Положение центра распределенного географического объекта в этом случае определяется взвешенным средним арифметическим положением центров отдельных его фрагментов. В качестве весовых коэффициентов использованы относительные площади фрагментов. Алгоритм обеспечивает определение центра объекта с конфигурацией границ любой сложности, в том числе многосвязных объектов. Таким образом могут быть определены центры народонаселения, плодородия, загрязненности или других свойств географического объекта.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: центр распределенного географического объекта, координаты пунктов, геодезические измерения, алгоритм расчета.

# OPTIMAL ALGORITHMS FOR CALCULATING THE COORDINATES OF THE CENTER OF A DISTRIBUTED GEOGRAPHIC OBJECT BY THE DATA OF GEODETIC MEASUREMENTS

**Marina V. Vaneeva**
**Vladimir D. Popelo**

Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great

The object of research is the center of distributed geographic objects such as parts of the world, continents, islands, state and administrative entities, populated areas, land plots and other similar objects. The objective of this work is to classify the possible approaches to determining the location of the center of a distributed geographic object and to substantiate the basic algorithms for calculating the coordinates of the center within these approaches. Three main approaches (robust, framed, and balanced) have been established to solve the problem of defining the center as a point of territory, in which a certain balance of individual parts or elements of distributed geographic objects is achieved. The differences in approaches are determined by the volume of coordinate information required for calculation. The authors provide a brief description of each approach and consider the main features of typical algorithms for determining the center of distributed geographic objects. The proposed algorithms represent the solutions to optimization targets. The optimal value of coordinates of the center corresponds to the minimum of functional that determines the sum of distances from the desired center to the selected turning points of the boundary. The type of functional and the number of turning points of the boundary used for calculations within the suggested approaches are different. It is established that the most common solution is obtained within the framework of the balanced approach. In this case the position of the center of a distributed geographic object is determined by

the weighted arithmetic mean of positions of centers of its individual fragments. Relative areas of these fragments were used as weight coefficients. The algorithm provides the definition of the center of the object with the configuration of the boundaries of any complexity, including multiply connected objects. This method can be used to identify the centers of populations, fertility, pollution or other properties of a geographic object.
KEYWORDS: center of distributed geographic object, coordinates of points, geodetic measurements, calculation algorithm.

Многие географические объекты обладают пространственной протяженностью, отличаются определенной компактностью и сравнительной однородностью свойств. Они оконтурены естественными или юридическими границами, а потому могут быть достоверно отделены от сопредельных объектов подобного рода, кроме объектов с нечеткими границами, которые в работе не рассматриваются. Такие объекты, обладающие выраженной территориальностью, будем называть распределенными географическими объектами (РГО). Примерами РГО могут служить части света и материки, острова, государственные и административные образования, населенные пункты, земельные участки и другие объекты [9, 10, 16].

Исследование РГО геодезическими методами в процессе их изучения и освоения обеспечивает координатное представление их границ и накопление необходимых данных для углубленного анализа геометрической структуры отдельных фрагментов земной поверхности [3]. Анализ количественной информации о геометрических свойствах РГО привел, в числе прочего, к дальнейшему развитию понятия центра такого объекта, как особой точки территории, в которой достигается определенный баланс отдельных частей (элементов) РГО. Определение положения центра РГО и идентификация этой точки на местности часто оказываются полезными для развития инфраструктуры и туристического потенциала, политической и культурной консолидации населения территории [1, 5, 6, 7, 11, 14, 15]. Положение центра РГО является важным элементом геопространственных баз данных [13], а закрепленная на местности точка соответствующего центра может включаться в состав астрономо-геодезических сетей [15]. Однако в теоретическом плане вопрос о способе установления местоположения центра РГО еще не получил общепринятого решения [1, 5, 11].

Целью представленной работы являлись классификация возможных подходов к определению центра РГО и обоснование базовых алгоритмов вычисления координат центра в рамках этих подходов.

В настоящее время центр РГО определяют на основании эвристических правил, формализованных в виде алгоритмов обработки данных измерений (как геодезических, так и картометрических) координат поворотных точек границы. Среди различных подходов к определению центра РГО, предложенных за более чем столетний период исследования этой задачи, наибольшими различиями обладают следующие три, опирающиеся на использование различной по объему информации о геометрических свойствах РГО. Эти подходы можно классифицировать как робастный, каркасный и балансный. Приведем краткую характеристику каждого из них и рассмотрим основные черты типичных алгоритмов определения центра РГО, реализующих данные подходы.

**Робастный подход.** Данный подход предусматривает использование минимального объема информации о координатах точек РГО. Обычно для цели определения положения центра достаточно надежно измеренных координат четырех или даже двух точек.

Первым (в историческом плане) и наиболее часто используемым алгоритмом такого рода является минимаксный алгоритм [12]. Он реализует идею о том, что центр РГО – точка, равноудаленная от нескольких характерных точек границы. Выбирают четыре попарно максимально удаленные точки: крайние западную и восточную, а также крайние северную и южную. С математической точки зрения данный алгоритм является решением оптимизационной задачи следующего вида [4, 7]:

$$\min_{x_E \le x_c \le x_W} \max\left(\left\{\left|x_i - x_c\right|\right\}_1^n\right), \quad \min_{y_N \le y_c \le y_S} \max\left(\left\{\left|y_i - y_c\right|\right\}_1^n\right). \tag{1}$$

Выбор данного алгоритма приводит к минимаксным (чебышевским) оценкам координат центра

$$x_c = \frac{x_S + x_W}{2}, \quad y_c = \frac{y_N + y_S}{2}, \tag{2}$$

где $x_c$, $x_i$, $x_W$, $x_E$ – координаты соответственно центра РГО, произвольной ($i = \overline{1, n}$), крайне левой и крайне правой (по оси $0x$ прямоугольной системы координат $0xy$ или по долготе) точек;

$y_c$, $y_i$, $y_S$, $y_N$ – координаты соответственно центра РГО, произвольной ($i = \overline{1, n}$), крайне левой и крайне правой точек (по оси $0y$ прямоугольной системы координат $0xy$ или по широте, индексация крайних точек границы РГО по широте соответствует северному полушарию, а по долготе – восточному);

$n$ – число поворотных точек границы.

Очевидно, что при чрезвычайной вычислительной простоте этого алгоритма оценки (2) координат центра являются весьма грубыми, но устойчивыми к любым промахам в определении координат большинства точек границы. Они оказываются практически нечувствительными к особенностям конфигурации РГО. Оценки такого рода обычно называют робастными [12], что оправдывает название подхода. Фактически центр РГО в этом случае соответствует центру описанного прямоугольника (рис. 1).

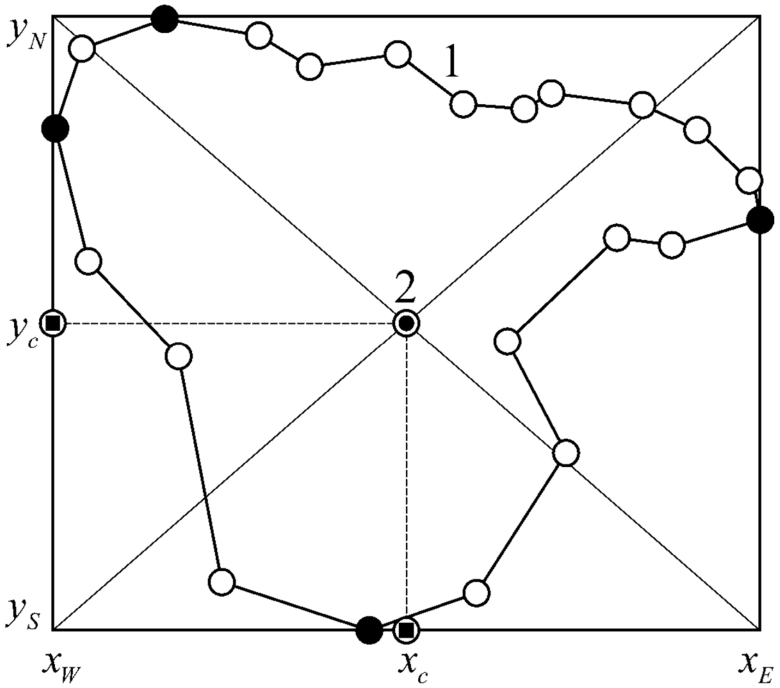


**Рис. 1. Схема, иллюстрирующая идею алгоритма формирования минимаксной (чебышевской) оценки координат центра РГО: 1 – граница РГО с поворотными точками; 2 – центр РГО**

Еще меньший объем достоверной информации о координатах точек границы требует робастный алгоритм, являющийся решением оптимизационной задачи следующего вида:

$$x_c = arg \min_{x_E \le x_c \le x_W} \sum_{i=1}^{n} \left|x_i - x_c\right|, \quad y_c = arg \min_{y_N \le y_c \le y_S} \sum_{i=1}^{n} \left|y_i - y_c\right|. \tag{3}$$

Этот алгоритм приводит к оценкам координат центра в виде медианных значений

$$x_c = med\{x_i\}, \quad y_c = med\{y_i\}. \tag{4}$$

Таким образом, для формирования оценок положения центра РГО используются координаты всего лишь двух точек при нечетном числе поворотных точек границы и четырех, если $n$ – четное (рис. 2). Тем не менее, при большом числе поворотных точек границы и их сравнительно равномерном расположении оценки (4) оказываются вполне разумными.

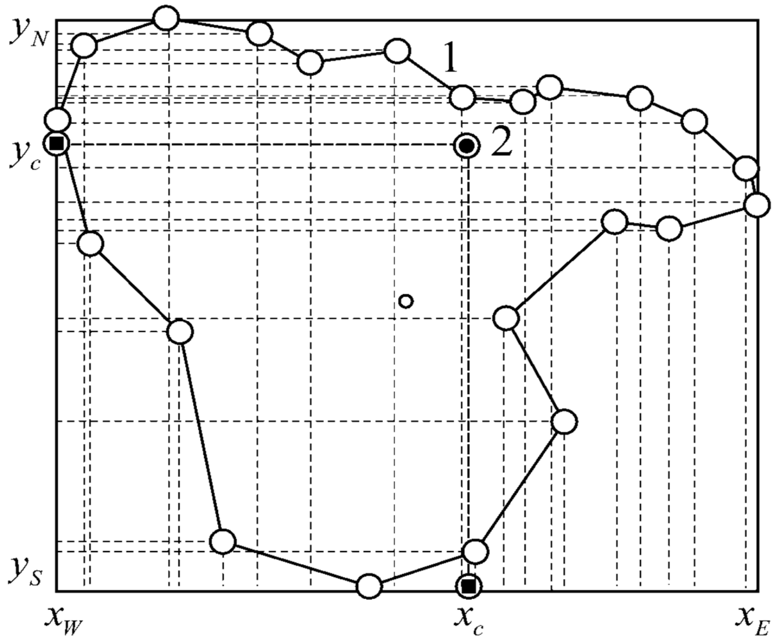


**Рис. 2. Схема, иллюстрирующая идею алгоритма определения координат центра РГО с использованием медианных значений для множеств координат поворотных точек границы: 1 – граница РГО с поворотными точками; 2 – центр РГО**

Все же следует отметить, что применение данного подхода, приводящего к использованию робастных алгоритмов определения центра, оправдано лишь в случае отсутствия достаточного объема достоверных данных о конфигурации РГО, например при первоначальном изучении объекта.

**Каркасный подход.** При наличии данных о координатах всех поворотных точек границы может быть применен подход, идея которого заключается в том, что центром РГО является «центр тяжести» замкнутой ломаной линии его границы. Линия границы может рассматриваться в качестве одномерного «каркаса» двумерного объекта – РГО. Поэтому данный подход вполне оправданно называть каркасным.

Оптимизационная задача, формализующая процедуру поиска центра РГО в рамках каркасного подхода, может быть представлена как

$$\vec{r}_c = arg \min_{\substack{x_W \le x_c \le x_E \\ y_S \le y_c \le y_N}} \sum_{i=1}^{n} L_i \left(\vec{r}_{cli} - \vec{r}_c\right)^2 , \tag{5}$$

где $\vec{r}_{cli} = \dfrac{\vec{r}_i - \vec{r}_{i+1}}{2}$ – радиус-вектор центра $i$-го отрезка ($i = \overline{1, n}$) ломаной линии границы длиной $L_i$;

$\vec{r}_i, \vec{r}_{i+1}$ – радиус-векторы соседних поворотных точек границы с номерами $i$ и ($i$+1).

При этом должно выполняться условие $\sum_{i=1}^{n} L_i = P$ , где $P$ – периметр границы РГО.

Решением задачи (5) является алгоритм вычисления положения точки центра как взвешенного среднего арифметического следующего вида:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} L_i \vec{r}_{cli}}{\sum_{i=1}^{n} L_i}. \tag{6}$$

Преобразуем (6), подставляя в него выражение $\vec{r}_{cli} = (\vec{r}_i - \vec{r}_{i+1})/2$ и используя разложение каждого из трех соответствующих векторов на два компонента, направленных вдоль осей $0x$ и $0y$:

$\vec{r}_c = x_c\vec{e}_x + y_c\vec{e}_y$, $\vec{r}_i = x_i\vec{e}_x + y_i\vec{e}_y$,

$\vec{r}_{i+1} = x_{i+1}\vec{e}_x + y_{i+1}\vec{e}_y$,

где $\vec{e}_x, \vec{e}_y$ – единичные векторы, направленные вдоль соответствующих осей. Получим два выражения для расчета координат центра РГО по каждой из осей, определяющие существо алгоритма:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} L_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{n} L_i}; \qquad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} L_i \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{n} L_i}, \tag{7}$$

где $\bar{x}_i = (x_i + x_{i+1})/2$, $\bar{y}_i = (y_i + y_{i+1})/2$ – координаты середины отрезка между $i$-й и $i+1$-й поворотными точками границы.

Весовые коэффициенты в (6) представляют декартовы расстояния между точками $\vec{r}_i$ и $\vec{r}_{i+1}$

$$L_i = |\vec{r}_i - \vec{r}_{i+1}| = \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}. \tag{8}$$

Схема, иллюстрирующая данный подход, представлена на рисунке 3.

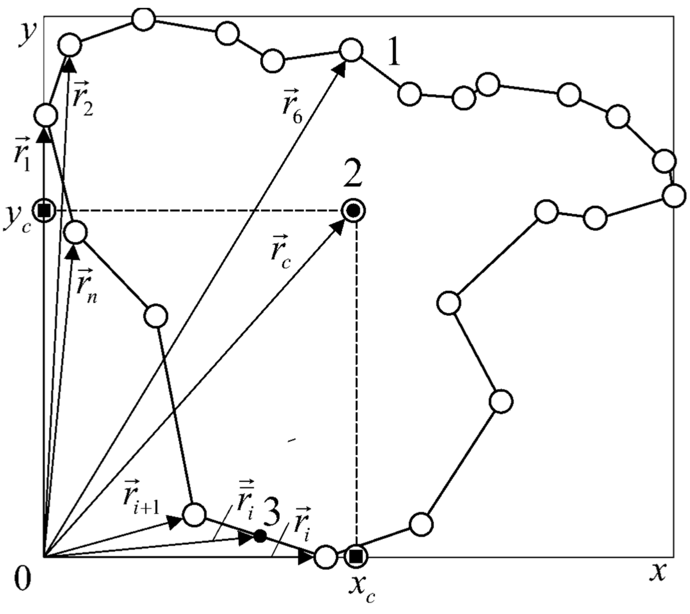


**Рис. 3. Схема, иллюстрирующая идею алгоритма определения координат центра РГО, реализующего каркасный подход: 1 – граница РГО с поворотными точками; 2 – центр РГО; 3 – середина *i*-го сегмента границы**

В.Д. Большаков [2] утверждает, что центром РГО является точка, сумма квадратов линейных уклонений которой относительно всех поворотных точек границы минимальна. Оптимизационная задача в этом случае формулируется следующим образом:

$$\vec{r}_c = arg \min_{\substack{x_W \le x_c \le x_E \\ y_S \le y_c \le y_N}} \sum_{i=1}^{n} \left(\vec{r}_i - \vec{r}_c\right)^2 . \tag{9}$$

Решение этой задачи определяют два простых алгоритма вычисления координат центра РГО как средних арифметических координат всех поворотных точек границы

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}. \tag{10}$$

Легко убедиться, что соотношения (9) являются частным случаем выражения (8) при условии одинаковых расстояний между всеми соседними точками границы, то есть если $L_i = L = const$. Поэтому к применению алгоритма, приводящего к оценкам (10), нужно подходить с осторожностью, ограничиваясь случаями РГО компактной конфигурации с большим числом поворотных точек границы, расположенных сравнительно равномерно. При этом расстояния между точками границы должны быть заметно меньше расстояния до предполагаемого центра.

В общем случае, если известны координаты всех поворотных точек границы, но никаких дополнительных ограничений на взаимное расположение этих точек не накладывается, целесообразно применять алгоритм (7).

**Балансный подход.** Этот подход, по мнению авторов, является наиболее общим. Он предусматривает поиск центра в единственной точке внутри границы РГО, которая обладает уникальным свойством: любая прямая линия, проходящая через эту точку и пересекающая границу, делит площадь РГО на две равные части [15]. Подход, опирающийся на такое определение центра РГО, правомерно называть балансным. Этот подход восходит к работам Д.И. Менделеева, написанным еще в начале XX века [11].

Для реализации этого подхода требуется помимо данных о координатах поворотных точек границы дополнительная информация о геометрических свойствах РГО. В общем виде оптимизационная задача, формализующая процедуру поиска центра РГО в рамках балансного подхода, может быть представлена как

$$\vec{r}_c = arg \min_{\substack{x_W \le x_c \le x_E \\ y_S \le y_c \le y_N}} \sum_{i=1}^{n} A_i \left(\vec{r}_{ci} - \vec{r}_c\right)^2 , \tag{11}$$

где $\vec{r}_{ci}$ – радиус-вектор центра отдельной части РГО площадью $A_i$. При этом должно выполняться условие $\sum_{i=1}^{n} A_i = A$, где $A$ – полная площадь РГО.

Для решения задачи (11) РГО площадью $A$ с границей сложной конфигурации делят на счетное множество фрагментов меньшей площади $A_i$, но более простой формы, таких, что вычисление положения их центров $\vec{r}_{ci}$, не представляет сложности. После вычисления центра каждого фрагмента положение центра РГО ищут в точке $\vec{r}_c$, для которой сумма взвешенных (с весами $A_i$) квадратов уклонений относительно точек $\vec{r}_{ci}$ центров отдельных частей минимальна.

В качестве составной части РГО целесообразно избрать треугольник. Использование в качестве составных частей других геометрических фигур (например, трапеций [15]) приводит к усложнению алгоритма определения центра РГО.

Известно [6, 7], что центр произвольного треугольника определяется следующим простым выражением:

$$\vec{r}_{ci} = \frac{\vec{r}_i + \vec{r}_{i+1} + \vec{r}_0}{3}, \tag{12}$$

где $\vec{r}_i, \vec{r}_{i+1}$ – радиус-векторы соседних поворотных точек границы РГО с известными координатами ($x_i$, $y_i$) и ($x_{i+1}$, $y_{i+1}$), $i = \overline{1,n}$;

$\vec{r}_0$ – радиус-вектор опорной точки внутри РГО с известными координатами ($x_0$, $y_0$).

На рисунке 4 представлена условная схема разбиения РГО с границей сложной конфигурации на множество треугольных фрагментов.

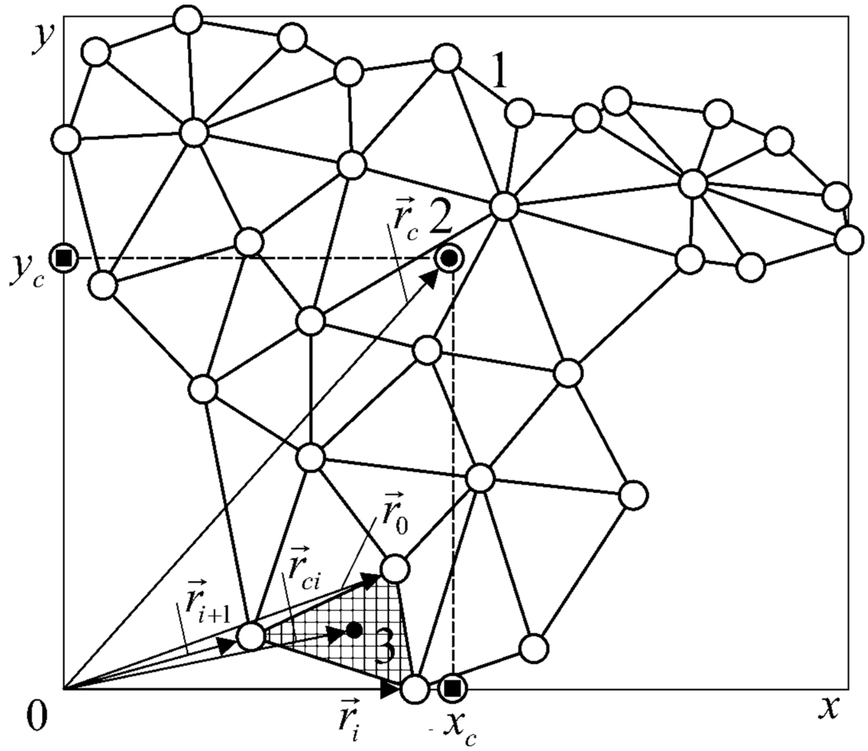


**Рис. 4. Схема, иллюстрирующая идею алгоритма определения координат центра РГО, реализующего балансный подход: 1 – граница РГО с поворотными точками; 2 – центр РГО; 3 – произвольный (*i*-й) треугольный фрагмент РГО**

Решение оптимизационной задачи (11) имеет вид

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \vec{r}_{ci}}{\sum_{i=1}^{n} A_i}. \tag{13}$$

Таким образом, положение центра РГО определяется взвешенным средним арифметическим положением центров отдельных треугольных фрагментов. Обратим внимание на то, что в расчетах используются треугольные фрагменты, опирающиеся не только на поворотные точки границы, но и на внутренние точки (например, пункты триангуляционной сети).

Преобразуем (13), подставив в него выражение (12) и используя разложение векторов на составляющие, направленные вдоль соответствующих осей:

$\vec{r}_c = x_c\vec{e}_x + y_c\vec{e}_y$;

$\vec{r}_0 = x_0\vec{e}_x + y_0\vec{e}_y$;

$\vec{r}_i = x_i\vec{e}_x + y_i\vec{e}_y$;

$\vec{r}_{i+1} = x_{i+1}\vec{e}_x + y_{i+1}\vec{e}_y$.

Получим два выражения для расчета координат центра РГО по каждой из осей, определяющие существо алгоритма

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i x_{ci}}{\sum_{i=1}^{n} A_i}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i y_{ci}}{\sum_{i=1}^{n} A_i}, \tag{14}$$

где $x_{ci} = \dfrac{x_1 + x_{i+1} + x_0}{3}$, $y_{ci} = \dfrac{y_1 + y_{i+1} + y_0}{3}$ – координаты центра $i$-го треугольного фрагмента. Здесь $n$ может значительно превышать число поворотных точек границы.

Балансный подход позволяет естественным образом решить задачу поиска центра многосвязного РГО (рис. 5). В таких случаях РГО для каждой из составных частей находят положение ее центра и вычисляют площадь каждой части. Рассчитывают положение общего центра по формулам, аналогичным (14), в которых в качестве весов используют площади отдельных частей. Следует отметить, что поиск центров подобных объектов, например архипелагов, атоллов с центральной лагуной, на основе алгоритма (14) может приводить к решениям, в соответствии с которыми координаты таких точек окажутся за пределами любой отдельной части РГО. Таким образом, нарушается одно из базовых требований, предъявляемых к таким особым точкам, – об их обязательной принадлежности РГО. Выход обеспечивает следование правилу, которое может быть сформулировано следующим образом: если рассчитанная на основе формализованного алгоритма точка центра выходит за пределы любой из составных частей РГО, за центр принимают ближайшую точку РГО (рис. 5).

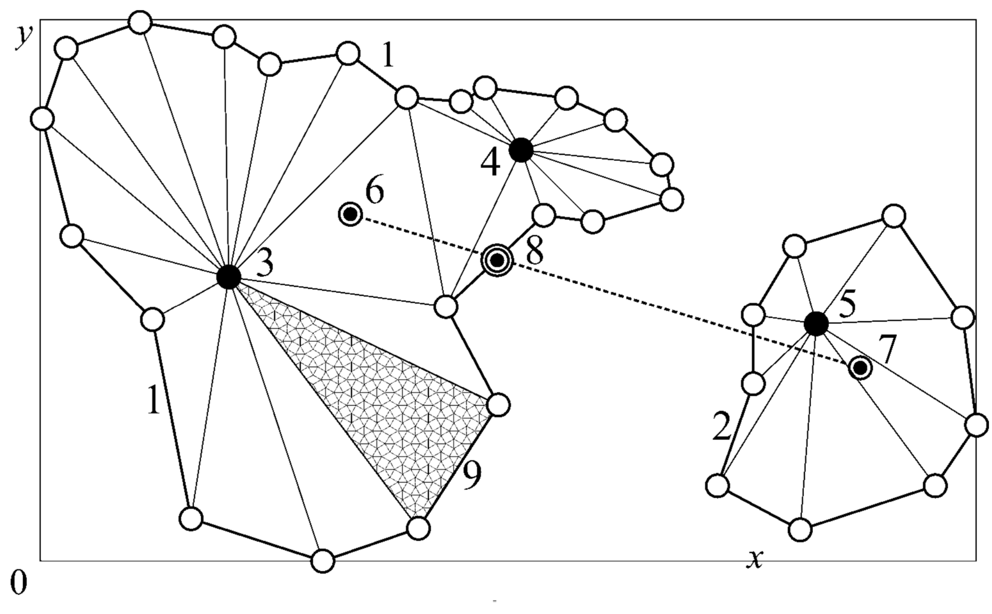


**Рис. 5. Определение центра многосвязного РГО в рамках балансного подхода:**
**1, 2 – границы несвязанных частей с поворотными точками; 3, 4, 5 – опорные внутренние точки; 6, 7 – центр отдельных частей; 8 – общий центр; 9 – фрагмент отдельной части РГО**

Рассмотренные выше робастный, каркасный и балансный подходы в существенной мере исчерпывают геометрический аспект задачи определения центра РГО, хотя в рамках этих подходов можно разработать еще много алгоритмов, отличающихся использованием других (не декартовых) метрик, отражающих различные взгляды на степень близости точек на поверхности РГО, а также учитывающих, например, «трехмерность» задачи вследствие сферичности Земли. Однако только балансный подход обладает потенциалом развития, выводящим идею определения центра РГО за рамки чисто геометрической задачи. Эта возможность открывается за счет использования при формировании весовых коэффициентов в (11), (13) и (14) «окрашенных» значений площади отдельных фрагментов РГО, то есть соответствующих нормированных весов $\sum_{i=1}^{n} g_i = 1$ в виде

$$g_i = \frac{m_i A_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i A_i} = \frac{M_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i} = \frac{M_i}{M}, \tag{15}$$

где $m_i$ – «окрашивающий» коэффициент, отражающий поверхностную плотность какой-либо величины, характеризующей некое свойство РГО;

$M_i$ – абсолютное значение величины, отражающей некое свойство, относящееся к $i$-ому фрагменту РГО;

$M = \sum_{i=1}^{n} M_i$ – абсолютное значение величины, относящееся к РГО в целом.

Например, если $m_i$ – плотность населения на территории $A_i$, то $M_i$ – население этой части, а $M$ – население всей территории площадью $\sum_{i=1}^{n} A_i = A$.

Тогда использование весового коэффициента (15) в алгоритме (14) обеспечит определение положения «центра населенности» [11] РГО.

Использование для «окрашивания» поверхностной плотности других параметров позволит определять центры биопродуктивности, энерговооруженности, загрязненности, урбанизированности и др. В этом случае соответствующий «центр» выступает в качестве своеобразной интегральной характеристики РГО, отражающей неравномерность пространственного распределения отдельного свойства. Индикатором неравномерности служит величина смещения положения такого «центра» относительно положения центра геометрического.

**Выводы**

1. Важной геопространственной характеристикой РГО являются координаты географического (геометрического) центра. Для объектов со сложной конфигурацией границы задача определения центра не имеет однозначного решения. В настоящее время положение центра определяют на основании ряда эвристических правил, формализованных в виде алгоритмов обработки данных измерений (как геодезических, так и картометрических) координат граничных и внутренних точек.

2. С использованием в качестве классификационного признака объема требуемой для расчета координатной информации определено содержание трех основных подходов к расчету положения центра РГО: робастного, каркасного и балансного.

Робастный подход предусматривает использование минимального объема информации о координатах особым образом отобранных точек границы РГО (обычно четырех, а иногда – двух).

Каркасный подход предусматривает использование полного объема данных геодезических или картометрических измерений координат поворотных точек границы.

Балансный подход предусматривает использование полного объема данных о координатах точек границы и, обязательно, некоторого числа (не менее одной) внутренних опорных точек.

В рамках каждого из указанных подходов предложены формализованные постановки задачи определения центра РГО как оптимизационной.

3. Обоснованы базовые алгоритмы формирования оптимальных оценок координат центра РГО, отражающие решения оптимизационных задач, соответствующих используемому подходу и осуществляющих осреднение исходных координатных данных.

4. Наиболее общее решение получают в рамках балансного подхода. Положение центра РГО в этом случае определяется взвешенным средним арифметическим положением центров отдельных фрагментов простой формы (чаще – треугольной). В качестве весовых коэффициентов используют значения площади отдельных фрагментов. Алгоритм обеспечивает определение центра РГО с конфигурацией границ любой сложности, в том числе многосвязных объектов. Установлено, что в условиях принятия ряда допущений алгоритмы каркасного и робастного подходов являются частными случаями алгоритма, построенного в рамках балансного подхода.

5. Балансный подход обладает потенциалом развития, выводящим идею определения центра РГО за рамки чисто геометрической задачи. Эта возможность связана с использованием при формировании весовых коэффициентов, при формировании оценок в виде взвешенных средних «окрашенных» значений площади отдельных фрагментов РГО. В качестве «окрашивающего» коэффициента используют величину поверхностной плотности соответствующего параметра, характеризующего негеометрическое свойство территории отдельного фрагмента. Таким образом могут быть определены центры народонаселения, плодородия, загрязненности или других свойств географического объекта.

**Библиографический список**

1. Ашеулов В.А. О географическом центре России / В.А. Ашеулов // Геодезия и картография. – 1994. – № 7. – С. 54.

2. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений : учебник для вузов / В.Д. Большаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Недра, 1983. – 223 с.

3. Ванеева М.В. О точности определения положения координат границ земельного участка геодезическими методами / М.В. Ванеева, С.В. Ломакин, В.Д. Попело // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2016. – № 1 (48). – С. 135–141.

4. Гельфанд И.М. Однородные функции и их приложения / И.М. Гельфанд, З.Я. Шапиро // Успехи математических наук. – 1955. – Т. 10, вып. 3. – С. 3–70.

5. Географический центр территории и способы его определения / Ю.Е. Ващенко, А.В. Попело, В.Д. Попело, П.С. Русинов // Современные проблемы мониторинга землепользования Центрального Черноземья России : труды всероссийской науч.-практ. конф. – Воронеж : ВГАУ, 2004. – С. 139–146.

6. Канатников А.Н. Линейная алгебра : учеб. для вузов / А.Н. Канатников, А.П. Крищенко ; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.

7. Колмогоров А.Н. Избранные труды. Математика и механика / А.Н. Колмогоров. – Москва : Наука, 1985. – 470 с.

8. Красильникова С.С. О проблеме утрирования контуров природных объектов при генерализации цифровых карт / С.С. Красильникова, С.А. Макаренко // Молодежный вектор развития аграрной науки : материалы 68-й студенческой науч. конф. Воронежского ГАУ. – Воронеж : ФГБОУ ВО Воронежский ГАУ. – 2017. – Ч. 1. – С. 237–241.

9. Макаренко С.А. Картографическая генерализация в разработке тематических карт / С.А. Макаренко // Управление земельно-имущественными отношениями : материалы X международной науч.-практ. конф., 20–21 ноября 2014 г., г. Пенза. – Пенза : ПГУАС, 2014. – С. 180–186.

10. Макаренко С.А. Картография (курс лекций) : учеб. пособие / С.А. Макаренко. – Воронеж : ФГБОУ ВО Воронежский ГАУ, 2015. –146 с.

11. Менделеев Д.И. Познание России. Заветные мысли / Д.И. Менделеев. – Москва : Эксмо, 2008. – 688 с.

12. Мироновский Л.А. Алгоритмы оценивания результата трех измерений / Л.А. Мироновский, В.А. Слаев. – Санкт-Петербург : Профессионал, 2010. – 192 с.

13. Обиденко В.И. Технология определения метрических параметров территории Российской Федерации по геопространственным данным / В.И. Обиденко // Вестник СГГА. – 2012. – № 3 (19). – С. 3–13.

14. О сущности географического центра любой территории земной поверхности / А.А. Соломонов, В.С. Аношко, Н.Ф. Бондарук, Б.А. Фурман, А.В. Ольшанский, А.И. Зенькович // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2000. – № 6. – С. 92–99.

15. Пат. 2256152 Российская Федерация, МПК G01C 11/00, G09B 29/00 (2000.01). Способ определения геометрического центра участка территории и/или населенного пункта / Ващенко Б.О. и др. ; заявитель и патентообладатель Индивидуальный предприниматель без образования юридического лица (ИПБОЮЛ) Ващенко Юрий Ефимович (RU). – № 2003127503/28 ; заявл. 12.09.2003 ; опубл. 10.07.2005, Бюл. № 19. – 11 с.

16. Черемисинов А.Ю. Опыт агроресурсопользования в ЦЧР / А.Ю. Черемисинов, А.А. Черемисинов // Вестник учебно-методического объединения по образованию в области природообустройства и водопользования. – 2010. – № 2. – С. 236–241.

**СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ**
**Принадлежность к организации**

Марина Викторовна Ванеева – старший преподаватель кафедры мелиорации, водоснабжения и геодезии ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Россия, г. Воронеж, e-mail: melior@zem.vsau.ru.

Владимир Дмитриевич Попело – доктор технических наук, профессор кафедры мелиорации, водоснабжения и геодезии ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Россия, г. Воронеж, e-mail: melior@zem.vsau.ru.

Дата поступления в редакцию 13.09.2018 Дата принятия к печати 05.11.2018

**AUTHOR CREDENTIALS**
**Affiliations**

Marina V. Vaneeva – Senior Lecturer, the Dept. of Ameloiration, Water Supply Engineering and Geodesy, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: melior@zem.vsau.ru.

Vladimir D. Popelo – Doctor of Engineering Sciences, Professor, the Dept. of Ameloiration, Water Supply Engineering and Geodesy, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: melior@zem.vsau.ru.

Received September 13, 2018 Accepted November 05, 2018