

## БОКОВЫЕ СИЛЫ НА КОЛЁСАХ ТРАКТОРА ПРИ ВХОДЕ В ПОВОРОТ

Беляев Александр Николаевич<sup>1</sup>  
Оробинский Владимир Иванович<sup>1</sup>  
Гулевский Вячеслав Анатольевич<sup>1</sup>  
Тришина Татьяна Владимировна<sup>1</sup>  
Высоцкая Ирина Алевтиновна<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I

<sup>2</sup>Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Министерства обороны Российской Федерации

Математическое моделирование различных технологических процессов, выполняемых машинно-тракторными агрегатами (МТА), во многих случаях является основой для определения их рациональных конструктивных и эксплуатационных характеристик как на стадии проектирования новых тракторов, так и при модернизации существующих. Одним из сложных этапов криволинейного движения трактора в отношении изменения как кинематических, так и динамических параметров является участок входа в поворот, сопровождающийся непрерывно увеличивающимися по величине и изменяющимися по направлению действиями инерционных сил и боковых реакций со стороны почвы на колёса трактора. При некоторых условиях при входе трактора в поворот боковые силы достигают таких значений, что могут превысить силы сцепления шин колёс с почвой в поперечном направлении, вследствие чего возникает его боковое скольжение и даже занос, теряется управляемость, нарушается устойчивость движения, и он отклоняется от заданной (требуемой) траектории. Представлены результаты численной реализации математической модели криволинейного движения колёсного трактора в составе навесного комбинированного МТА – с передней и задней навесками машин. Расчёты показали, что при входе в поворот боковые составляющие силы инерции оказывают значительное влияние на формирование боковой реакции на колёсах трактора со стороны опорной поверхности, особенно при относительно высоких рабочих скоростях движения. Так, на указанном участке поворота суммарная боковая реакция почвы  $P_b$  выше поперечной силы инерции  $F_u$  при скорости движения  $v = 0,68$  м/с в 2,9–3,6 раза, а при  $v = 1,67$  м/с – в 1,08–1,13 раза. Выявлено, что величина боковой силы при скорости движения ниже  $v = 1,67$  м/с в основном зависит от момента сопротивления повороту, возникающего ввиду появления разности касательных сил тяги на бортах трактора, а при скоростях свыше  $v = 1,37$  м/с – от силы инерции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: трактор, криволинейное движение, вход в поворот, сила инерции, боковая сила, математическое моделирование.

## LATERAL FORCES OCCURRING ON THE TRACTOR WHEELS AT THE BEGINNING OF TURNING

Belyaev Alexandr N.<sup>1</sup>  
Orobinsky Vladimir I.<sup>1</sup>  
Gulevsky Vyacheslav A.<sup>1</sup>  
Trishina Tatyana V.<sup>1</sup>  
Irina A. Vysotskaya<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great

<sup>2</sup>Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin  
Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation

Mathematical modeling of various technological processes performed by machine-tractor units (MTU) in many cases turns out to be the basis for determining their rational design and operational characteristics, both at the design stage of new tractors and during the modernization of the existing ones. Among the most difficult stages of the curvilinear movement of the tractor in relation to changes in both kinematic and dynamic parameters is the

beginning of turning accompanied by continuously increasing in magnitude and changing in direction by the actions of inertial forces and lateral reactions of the soil to the tractor wheels. Under certain conditions, when the tractor is at the beginning of turning, lateral forces reach such values that can exceed the traction of the tires of the wheels with the soil in the transverse direction. In this case, sideway skidding occurs, vehicle can break away and even lose controllability, stability of motion can be disturbed, and the MTU deviates from the specified (desired) trajectory. This paper presents the results of the numerical implementation of a mathematical model of the curvilinear motion of a wheeled tractor as part of a mounted combined MTU, i.e with front and rear mountings. Calculations have shown that at the beginning of turning, the lateral components of the inertia force have a significant impact on the formation of lateral reaction on the tractor wheels from the support surface, especially at relatively high operating speed. Thus, at the specified turning section, the total lateral reaction of the soil is higher than the transverse inertia force at the speed of movement  $v = 0.68$  m/s by 2.9–3.6 times, and at  $v = 1.67$  m/s by 1.08–1.13 times. It is also revealed that the value of the lateral force when the speed is below  $v = 1.67$  m/s mainly depends on the moment of resistance to turning, which occurs due to the difference in tangential traction forces on the sides of the tractor, and when the speed is above  $v = 1.37$  m/s depends on the force of inertia.

KEYWORDS: tractor, curvilinear motion, beginning of turning, inertia force, lateral force, mathematical modeling.

**П**ри разработке новых и модернизации уже эксплуатируемых тракторов важной задачей является прогнозирование рациональных эксплуатационных параметров с целью предварительной их оценки и, при необходимости, последующей корректировки.

Тракторы должны быть наделены необходимыми, вполне определёнными эксплуатационными качествами и свойствами: производительностью, устойчивостью движения, управляемостью, манёвренностью, плавностью хода и т. д. [6, 11]. Как экспериментальные данные, так и результаты математического моделирования разнообразных рабочих процессов, которые позволяют сравнивать и прогнозировать показатели работы трактора при наиболее характерных режимах и почвенных условиях, должны являться базой для выбора его конкретных оптимальных параметров [3, 8].

Криволинейное движение трактора является одним из весьма сложных кинематических и динамически нагруженных режимов эксплуатации. При переходе с прямолинейной траектории движения на криволинейную на трактор действует уже не только вертикальная (нормальная) сила  $N$ , но и одновременно с ней поперечные реакции, возникающие в контакте шин, соответственно передних и задних колёс, с почвой – боковые силы  $P_{b1}$  и  $P_{b2}$ , и результирующая центробежная инерционная сила  $F_u^n$ , появляющаяся в результате вращения остова трактора с некоторой угловой скоростью  $\omega$  вокруг центра поворота  $O$ , направленная по радиусу в сторону от него и приложенная в центре тяжести (точка  $C$  на рисунке 1) [2, 4, 9]:

$$F_u^n = m \cdot v^2/R, \quad (1)$$

где  $m$  – масса трактора, кг;

$v$  – линейная скорость движения центра масс трактора, м/с;

$R$  – мгновенный радиус поворота (кривизны траектории) центра масс трактора, м;

$a^n = v^2/R$  – центростремительное (нормальное) ускорение центра масс трактора [9], м/с<sup>2</sup>.

Одна из проекций  $F_u^n$  на продольную плоскость трактора  $F_u'$  перераспределяет нормальные нагрузки между передними и задними колёсами (рис. 1):

$$F_u' = F_u^n \cdot \sin\varphi = (m \cdot v^2/R) \cdot \sin\beta, \quad (2)$$

где  $\beta$  – угол наклона результирующей центробежной силы к поперечной плоскости трактора, град.

Вторая составляющая  $F_u''$  – поперечная (боковая) сила инерции  $F_u''$  стремится сдвинуть трактор вбок (рис. 1):

$$F_u'' = F_u^n \cdot \cos\varphi = (m \cdot v^2/R) \cdot \cos\beta. \quad (3)$$

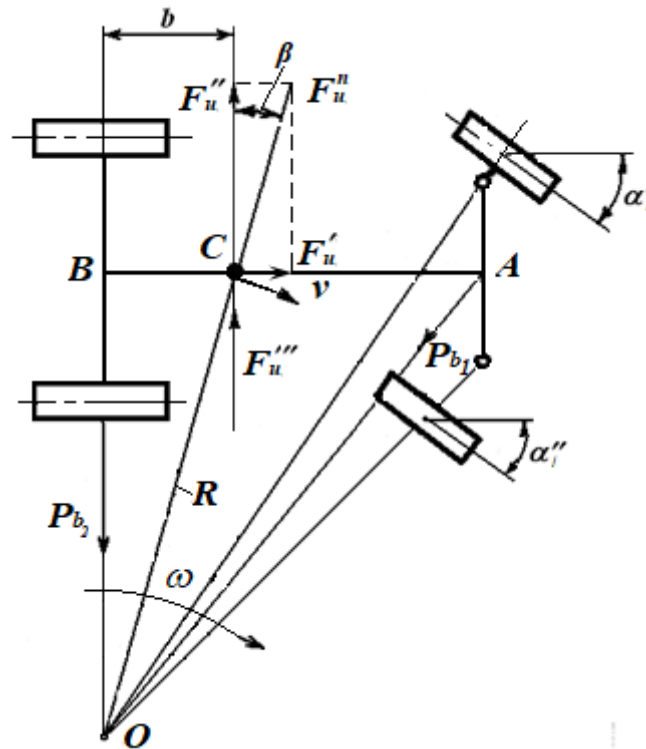


Рис. 1. Схема сил, действующих на колёсный трактор при повороте

Наиболее трудным этапом криволинейного движения трактора как в плане динамики, так и кинематики является участок «вход в поворот» [3, 6, 7, 11, 13], то есть процесс увеличения кривизны траектории, где к центростремительной силе  $F_u''$  также добавляются и другие инерционные силы, из-за того что при переходе от прямолинейного движения к установившемуся криволинейному с постоянным радиусом кривизны траектории происходит непрерывное изменение положения центра поворота  $O$ , такой же характер уменьшения радиуса поворота и соответствующее увеличение угловой скорости поворота  $\omega$  [6]. Большое значение для боковой устойчивости трактора на указанном участке поворота имеет то обстоятельство, что при этом происходит относительное вращение центра тяжести вокруг середины заднего моста (точка  $B$ ) с тангенциальным ускорением (рис. 1) [9]

$$a^r = b \cdot d\omega/dt, \quad (4)$$

где  $b$  – расстояние от середины заднего моста до центра тяжести (радиус относительного вращения), м;

$\varepsilon = d\omega/dt$  – угловое ускорение поворота,  $c^{-2}$ .

В результате появляется действующая в том же направлении, что и сила  $F_u''$  (3), и приложенная к центру тяжести тангенциальная сила инерции [2, 4, 9]

$$F_u''' = m \cdot b \cdot d\omega/dt. \quad (5)$$

Тангенциальная сила инерции (5), при прочих равных условиях, зависит от углового ускорения  $\varepsilon$ . При относительно высокой угловой скорости поворота управляемых колёс и в особенности поступательной скорости остова происходит достаточно резкий поворот, что ведёт к значительному возрастанию суммарной поперечной (боковой) силы инерции, стремящейся нарушить устойчивость трактора

$$F_u = F_u'' + F_u''' = (m \cdot v^2/R) \cdot \cos\beta + m \cdot b \cdot d\omega/dt. \quad (6)$$

Следует отметить, что при выходе из поворота радиус траектории постепенно увеличивается, вследствие чего направление ускорения  $\varepsilon$  противоположно скорости  $\omega$ . В этом случае силу  $F_u'''$  следует вычитать из силы  $F_u''$ .

Суммарная боковая инерционная сила (6) с уменьшением радиусов поворота и увеличением скорости движения интенсивно возрастает и при этом, соответственно, усиливается увод шин колёс, а при некоторых условиях она может превысить все прочие боковые силы, действующие на трактор.

Следовательно, на устойчивость движения и управляемость существенно влияет боковая сила, вызывающая податливость шин в боковом направлении и их увод, обуславливающий изменение траектории движения. При значительных углах бокового увода возникает интенсивное боковое скольжение шины колеса, которое в том случае, когда сила сцепления её с почвой реализуется полностью, переходит в занос.

Такое состояние существенно влияет на выходные характеристики трактора и нарушает не только устойчивость движения и управляемость, но и увеличивает динамическую нагруженность его узлов, особенно деталей трансмиссии.

Боковые силы, действующие на трактор при повороте в результате сопротивлений, возникающих между почвой и его колёсами, опытным путём трудноопределимы [3], так как экспериментальные исследования по оценке влияния конструктивных и эксплуатационных параметров тракторов и машинно-тракторных агрегатов (МТА) на их базе на изменение кинематических и динамических характеристик при криволинейном движении представляют собой трудоёмкий и достаточно дорогостоящий процесс, требуют проведения большого объёма опытов и определения многих параметров, в том числе в условиях реальной эксплуатации. Следовательно, более приемлема расчётная оценка – аналитическое описание процесса движения на повороте методами математического моделирования [3, 8]. Поэтому нами была поставлена задача определения теоретических значений боковых сил на колёсах трактора, их сравнение и оценка при совершении кругового беспетлевого поворота. Так как навесные сельскохозяйственные машины приводят к существенному ухудшению кинематических и динамических характеристик МТА [3], то для её решения в качестве объекта для исследования криволинейного движения выбран комбинированный широкозахватный МТА, составленный по схеме КРШ-8,1 + НП-5,4 + ЛТЗ-155 + ССТ-18 [1, 5, 10, 12], и наиболее универсальный, часто используемый в практике тракторостроения, кинематический способ поворота трактора – передними управляемыми колёсами [6, 7, 11].

Для определения достоверных сил, действующих на МТА при повороте, воспользуемся разработанными корректной математической моделью его криволинейного движения и программным модулем в высокоуровневой интерактивной среде программирования Matlab/Simulink, реализующим её и позволяющим выполнить численное решение с визуализацией результатов [3, 14, 15, 16].

Анализ расчётных величин сил инерции  $F_u$  (6) и характер их изменения в зависимости от угла поворота внутреннего управляемого колеса с постоянной угловой скоростью при входе трактора в поворот (рис. 2) показывают их значительное влияние на формирование суммарной боковой силы  $P_b = P_{b1} + P_{b2}$  (рис. 1, 3) и, следовательно, на характер изменения траектории криволинейного движения.

При сравнении результатов расчётных значений (рис. 2, 3) выявлено, что на указанном участке поворота  $P_b$  выше  $F_u$  при скорости движения  $v = 0,68$  м/с в 2,9–3,6 раза, при  $v = 0,87$  м/с – в 1,47–1,63 раза, при  $v = 1,003$  м/с – в 1,31–1,41 раза, при  $v = 1,37$  м/с – в 1,12–1,18 раза, при  $v = 1,67$  м/с – в 1,08–1,13 раза.

Как видно, при скоростях движения ниже  $v = 1,67$  м/с значения сил  $F_u$  не самодостаточны для определения реакций  $P_b$  и, следовательно, для выявления предельных условий нарушения устойчивости (боковое скольжение, занос) на этапе входа в поворот. Однако следует отметить, что при сравнительно не очень высоких скоростных режимах движения потеря устойчивости и управляемости МТА менее вероятна.

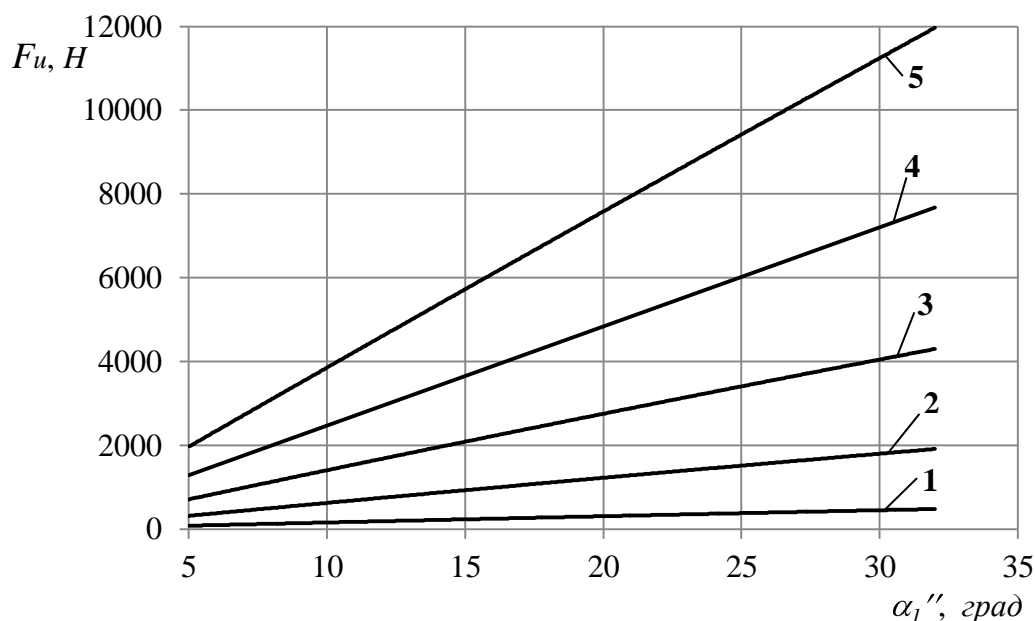


Рис. 2. Зависимость силы инерции от угла поворота колеса:  
1 –  $v = 0,68$  м/с, 2 –  $v = 0,87$  м/с, 3 –  $v = 1,003$  м/с, 4 –  $v = 1,37$  м/с, 5 –  $v = 1,67$  м/с

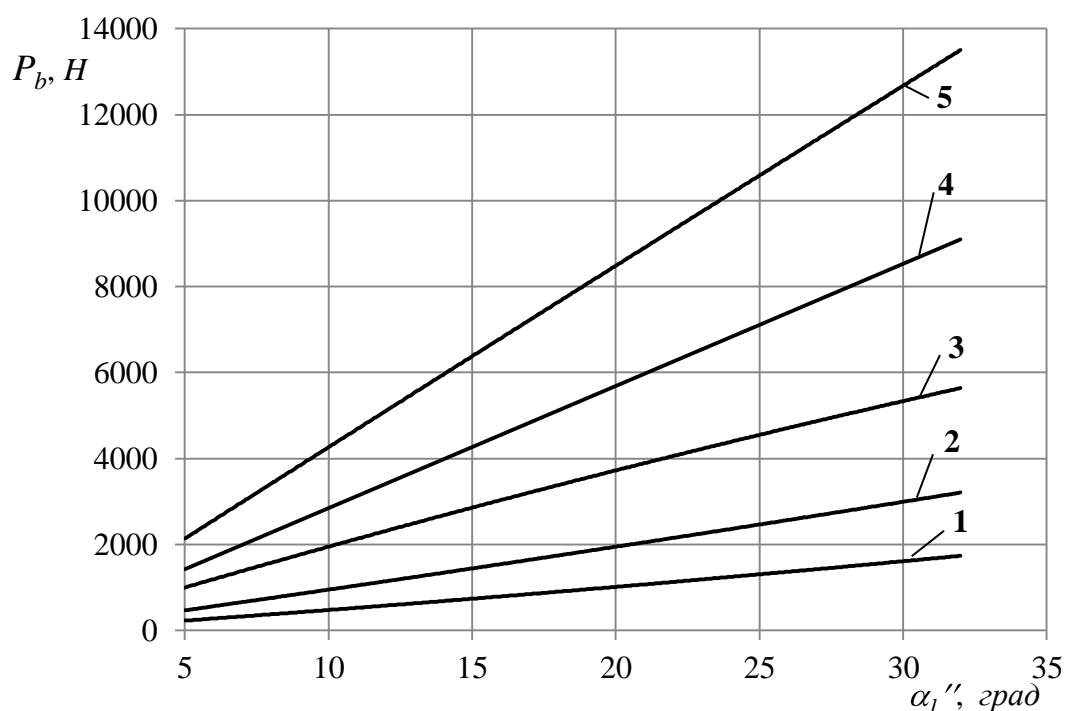


Рис. 3. Зависимость боковой силы от угла поворота колеса:  
1 –  $v = 0,68$  м/с, 2 –  $v = 0,87$  м/с, 3 –  $v = 1,003$  м/с, 4 –  $v = 1,37$  м/с, 5 –  $v = 1,67$  м/с

Выявлено также, что величина боковой силы при скорости движения ниже  $v = 1,67$  м/с в основном зависит от момента сопротивления повороту, возникающего ввиду появления разности касательных сил тяги на бортах трактора [3], обусловленных, главным образом, характеристиками связей между колёсами мостов, а при скоростях свыше  $v = 1,37$  м/с, как уже было отмечено, – от силы инерции (3). Причём величины боковой силы (рис. 3) отличаются не более чем на 3–7% от их же значений, полученных по формулам прямого расчёта [3], следовательно, их с достаточной для практики степенью точности можно использовать для оценки динамических характеристик трактора.

Выявлено, что при совершении кругового беспетлевого поворота движение с переменным радиусом кривизны на участках «вход в поворот» и «выход из поворота» составляет приблизительно половину всего пути, а наибольшее отклонение от теоретической траектории движения наблюдается на участке входа в поворот, то есть именно на этом этапе происходит значительная потеря устойчивости и управляемости вследствие бокового увода и скольжения колёс под решающим влиянием на этот негативный процесс боковой силы.

Таким образом, разработанный в высокоуровневой интерактивной среде программирования программный модуль математической модели криволинейного движения МТА позволил численно решить её, в результате чего были определены величины боковых сил на колёсах трактора при входе в поворот и установлена их взаимосвязь с инерционными силами.

---

### Библиографический список

1. Агротехнические требования к 8-, 12-, 18-рядным культиваторам-растениепитателям для подготовки почвы к посеву и междурядной обработке низкостебельных пропашных культур // Сборник агротехнических требований на тракторы и сельскохозяйственные машины / Гос. ком. СССР по произв.-техн. обеспечению сел. х-ва, Гл. упр. заказов, испытаний и внедрения новой техники. – Москва : ЦНИИТЭИ Госкомсельхозтехники СССР, 1982. – Т. 30. – С. 96–100.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин : учебник / И.И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Наука, 1988. – 640 с.
3. Беляев А.Н. Повышение эффективности работы машинно-тракторных агрегатов на базе интегральных универсально-пропашных колёсных тракторов : дис. ... д-ра техн. наук : 05.20.01 / А.Н. Беляев. – Мичуринск, 2019. – 440 с.
4. Беляев А.Н. Теория механизмов и машин : учеб. пособие / А.Н. Беляев, В.В. Шередекин. – Воронеж : ФГБОУ ВПО Воронежский ГАУ, 2012. – 376 с.
5. Обоснование параметров и конструкции универсально-пропашного трактора повышенной эффективности / К.Н. Виноградов, А.С. Дурманов, Н.И. Киселев и др. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 1978. – 164 с.
6. Скотников В.А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля / В.А. Скотников, А.А. Машенский, А.С. Солонский ; под. ред. В.А. Скотникова. – Москва : Агропромиздат, 1986. – 383 с.

7. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин : учебник / Г.А. Смирнов. – 2-е изд., доп. и перераб. – Москва : Машиностроение, 1990. – 352 с.
8. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем : учебник / В.П. Тарасик. – 2-е изд., испр. и доп. – Минск : Дизайн ПРО, 1997. – 640 с.
9. Теоретическая механика : учебник / С.В. Болотин, А.В. Карапетян, Е.И. Кугушев, Д.В. Трещев. – Москва : Издательский центр «Академия», 2010. – 432 с.
10. Тракторы РТМ-160 и РТМ-160У. Конструкция, эксплуатация и техническое обслуживание / А.С. Дурманов, Ю.А. Коцарь, Г.А. Головащенко, С.В. Плужников. – Саратов : Научная книга, 2006. – 155 с.
11. Тракторы. Теория : учебник / В.В. Гуськов, Н.Н. Велев, Ю.Е. Атаманов и др. ; под общ. ред. В.В. Гуськова. – Москва : Машиностроение, 1988. – 376 с.
12. Федоренко В.Ф. Тенденции машинно-технологической модернизации сельского хозяйства за рубежом (по материалам международной выставки «Agritechnica–2015») / В.Ф. Федоренко, В.Я. Гольяпин, Н.П. Мишуков. – Москва : Росинформаротех, 2016. – 217 с.
13. Computation of Vehicle Motion Path upon Entering Turn / A.N. Belyaev, V.G. Kozlov, I.A. Vysotskaya, T.V. Trishina // International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT). – 2019. – Vol. 9, No. 1. – Pp. 4527–4531.
14. Field R.V. Modeling of dynamic forces of a tractor in the MATLAB-simulink program environment / R.V. Field, E.J. Hurtago // New York : Society of Automotive Engineers, 2003. – 112 p.
15. Klee H. Simulation of Dynamic Systems with MATLAB and Simulink / H. Klee, R. Allen. – Taylor & Francis Group, LLC, 2018. – 853 p.
16. SIMULINK [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://matlab.ru/products/simulink> (дата обращения: 15.01.2021).

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ Принадлежность к организации

Александр Николаевич Беляев – доктор технических наук, доцент, зав. кафедрой прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Россия, г. Воронеж, e-mail: [aifkm\\_belyaev@mail.ru](mailto:aifkm_belyaev@mail.ru).

Владимир Иванович Оробинский – доктор сельскохозяйственных наук, профессор, зав. кафедрой сельскохозяйственных машин, тракторов и автомобилей, декан агроинженерного факультета ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Россия, г. Воронеж, e-mail: [agroeng.vsau.ru](mailto:agroeng.vsau.ru).

Вячеслав Анатольевич Гулевский – доктор технических наук, профессор кафедры математики и физики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Россия, г. Воронеж, e-mail: [gulevsky\\_va@inbox.ru](mailto:gulevsky_va@inbox.ru).

Татьяна Владимировна Тришина – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Россия, г. Воронеж, e-mail: [tata344@rambler.ru](mailto:tata344@rambler.ru).

Ирина Алевтиновна Высоцкая – кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры математик, ФГКВУ ВО «Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации, Россия, г. Воронеж, e-mail: [i.a.trishina@gmail.com](mailto:i.a.trishina@gmail.com).

Дата поступления в редакцию 26.04.2021

Дата принятия к печати 10.06.2021

### AUTHOR CREDENTIALS Affiliations

Alexandr N. Belyaev, Doctor of Engineering Sciences, Docent, Head of the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: [aifkm\\_belyaev@mail.ru](mailto:aifkm_belyaev@mail.ru).

Vladimir I. Orobinsky, Doctor of Agricultural Sciences, Professor, Head of the Dept. of Agricultural Machinery, Tractors and Cars, Dean of the Faculty of Rural Engineering, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: [agroeng.vsau.ru](mailto:agroeng.vsau.ru).

Vyacheslav A. Gulevsky, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Dept. of Mathematics and Physics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: [gulevsky\\_va@inbox.ru](mailto:gulevsky_va@inbox.ru).

Tatyana V. Trishina, Candidate of Engineering Sciences, Docent, Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: [tata344@rambler.ru](mailto:tata344@rambler.ru).

Irina A. Vysotskaya, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Lecturer, Dept. of Mathematics, Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, Russia, Voronezh, e-mail: [i.a.trishina@gmail.com](mailto:i.a.trishina@gmail.com).

Received April 26, 2021

Accepted after revision June 10, 2021