
ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УРОЖАЙНОСТИ ЗЕРНОВЫХ КУЛЬТУР С ПОМОЩЬЮ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НОРМАЛИЗОВАННОГО ОТНОСИТЕЛЬНОГО ИНДЕКСА РАСТИТЕЛЬНОСТИ, УЧИТЫВАЮЩЕЙ ФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ РАСТЕНИЙ

**Алексей Георгиевич Буховец
Марина Викторовна Кучеренко
Евгений Александрович Семин**

Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I

Использование динамической модели для прогнозирования урожайности зерновых культур в основном базировалось на наблюдениях прошлых лет и предполагало введение в прогностическую модель фиктивных переменных. Рассматривается подход, основанный исключительно на параметрах модели для текущего сезона и введении новой интегральной характеристики. Представлена динамическая модель вегетационного индекса NDVI, с помощью которой можно перейти от феноменологического способа описания развития и роста растений к модельным представлениям о процессе вегетации в целом. Полученный ранее экспериментальный материал биологических исследований связывается в рамках математической модели с рассчитанными по спутниковым снимкам значениями вегетационных индексов. Это дает возможность количественно оценивать характеристики и показатели развития растений в рамках наблюдений за посевами, проведенных с помощью космических аппаратов, а также эксплицировать основные положения математической модели, которая соединяет две точки зрения, полученные различными способами: экспериментальным путем и посредством визуального анализа. Такой подход позволит объяснить, как происходящие в растениях процессы отображаются в математической модели данных, получаемых из космоса. Предложенная ранее математическая модель динамики вегетационного индекса NDVI в основном использовала для прогнозирования наблюдения прошлых сезонов и предполагала введение в прогностическую модель фиктивных (dummy) переменных. Рассматривается подход, основанный исключительно на параметрах модели для текущего полевого сезона и введенной новой интегральной характеристики, зависящей от значений вегетационного индекса NDVI. Преимущество данного подхода к прогнозированию урожайности заключается в том, что прогноз делается на основе поступающих с космического аппарата данных, т. е. является оперативным. При этом в основу прогноза положена динамическая модель, которая учитывает физиологические особенности сельскохозяйственных растений, в частности – озимой пшеницы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: вегетационный индекс NDVI, математическое моделирование биологических процессов, динамические модели, прикладной статистический анализ, озимая пшеница, прогноз урожайности.

FORECASTING GRAIN CROPS HARVESTING CAPACITY BASED ON NORMALIZED DIFFERENCE VEGETATION INDEX DYNAMIC MODEL WITH CONSIDERATION TO PHYSIOLOGICAL FEATURES OF AGRICULTURAL PLANTS' DEVELOPMENT

**Aleksey G. Bukhovets
Marina V. Kucherenko
Evgeniy A. Semin**

Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great

The use of a dynamic model to forecast the yield of grain crops was mainly based on historic observations and assumed the introduction of dummy variables into the predictive model. The authors consider the approach, which is based solely on the parameters of the model for the current season and the introduction of a new integral characteristic. The authors present a dynamic model of normalized difference vegetation index (NDVI), which allows switching from a phenomenological method of describing the development and growth of plants to model

representations of the vegetation process in its entirety. Within the framework of a mathematical model the previously obtained experimental results of biological studies are associated with the values of vegetation indices calculated from satellite images. This allows for a quantitative estimation of characteristics and indicators of plant development during satellite crop monitoring. It also becomes possible to explicate the main provisions of the mathematical model that connects two points of view obtained by different methods, i.e. experimentally and through visual analysis. Such approach will explain how the processes occurring in plants are represented in the mathematical model of data obtained from space. The previously proposed mathematical model of dynamics of NDVI used mainly the observations of past seasons for forecasting and assumed the introduction of dummy variables into the predictive model. The authors consider the approach, which is based solely on the parameters of the model for the current field season and the introduction of a new integral characteristic that depends on the values of NDVI. The advantage of this approach to yield forecasting is that it is based on the data received from a spacecraft, which means that it is a real-time forecast. Moreover, the basis for such forecast is a dynamic model that takes into account the physiological characteristics of agricultural plants, namely winter wheat.

KEYWORDS: normalized difference vegetation index (NDVI), mathematical modeling of biological processes, dynamic models, applied statistical analysis, winter wheat, yield forecast.

Введение
Известен большой вклад фотосинтезирующих элементов органов растений в формирование урожая. Работы, в которых исследовалась эта связь фотосинтезирующих элементов органов (листьев, побегов, соцветий и др.) озимой пшеницы с продуктивностью, изучались в рамках различных исследований [1, 15]. Однако, как известно, одновременно с формированием зеленой массы идет процесс создания пластических веществ, основного материала для создания зерен и сухой массы. В опубликованных источниках взаимосвязи этих двух одновременно протекающих процессов, на наш взгляд, не уделено должного внимания, хотя очевидно, что эти процессы являются взаимосвязанными.

Переход от моделей развития фотосинтезирующих элементов растений к фотосинтезирующей поверхности посева в целом в настоящее время также не является решенной в окончательном виде задачей. Особенно актуальной эта проблема стала в связи с использованием данных дистанционного зондирования Земли [9, 10]. В качестве основного индикатора обычно выступает вегетационный индекс NDVI (Normalized Difference Vegetation Index), который, как известно, опирается именно на хлорофилльный характер зеленых посевов, снимаемых в различных областях красной части спектрального диапазона [3].

Очевидно, что процесс нарастания зеленой массы можно наблюдать на получаемых с космических аппаратов снимках поверхностей Земли, в частности массивов сельскохозяйственных угодий [5, 7, 18]. Разностный индекс вегетативного развития NDVI основан на отношении разности интенсивностей красного и ультракрасного областей спектра к сумме этих же интенсивностей [9]. При этом важную роль в определении значения индекса играет свойство хлорофилла хорошо поглощать свет, длины волн которого соответствуют красной части диапазона спектра. Методика оценки состояний посевов зерновых культур, базирующаяся на показаниях NDVI, широко используется в отечественной и зарубежной практике [16, 19, 22].

Ранее нами была предложена математическая модель динамики вегетационного индекса NDVI [11, 24]. В отличие от рассмотренных в литературе подходов [3, 4], представленная модель отражает особенности развития растений озимой пшеницы и применялась к полям, имеющим сравнительно небольшие площади, а именно к отдельным полям в 30–200 га в Центрально-Черноземном регионе [11].

Использование динамической модели для прогнозирования в основном базировалось на наблюдениях прошлых лет и предполагало введение в прогностическую модель фиктивных переменных [24]. В данной работе рассматривается подход, основанный исключительно на параметрах модели для текущего сезона и введения новой интегральной характеристики.

Методические аспекты построения модели динамики вегетационного индекса NDVI

Биологические и физиологические аспекты моделирования

В данном разделе речь пойдет об основных положениях, содержащихся явно или неявно в основе построения динамической модели NDVI [11, 24]. Экспликация этих положений позволит, как мы надеемся, уяснить их роль и взаимосвязь с основными положениями физиологии растений [25].

Известно, что ранее динамические модели фотосинтетической поверхности составлялись по каждому вегетативному органу растения пшеницы [23]. Мы, по целому ряду причин, лишены возможности проводить натурные эксперименты, и поэтому вынуждены при построении модели пользоваться теми результатами, которые были получены другими авторами [4, 5, 6]. Будем в дальнейшем рассматривать NDVI как показатель обобщенной (интегральной) фотосинтезирующей поверхности без разделения и учета вклада каждого отдельного вегетативного органа. Иначе говоря, будем рассматривать посев как некоторую систему, объединяющую совокупность растений, свойства которых в значительной степени определяют свойства системы в целом. Эти свойства затем находят отражение в получаемых эмпирических данных.

В своей работе мы стремились к согласованию и непротиворечивости наших исходных модельных представлений с полученными в ходе экспериментов выводами других, как уже было указано выше, авторов.

При этом отметим, что в рассмотренных нами работах не исследовался в явной форме процесс участия хлорофилла в формировании пластических веществ. Обычно констатировался спад и затухание фотосинтеза вегетирующих органов растений, уменьшение уровня образования хлорофилла. С нашей точки зрения, этот момент был бы весьма существенным в процессе роста накопленной растительной массы, поскольку он оказывает по предварительным данным существенное влияние на урожайность.

Исходные данные представляли собой массивы значений NDVI посевов озимой пшеницы в ЦФО, усредненные по результатам измерения в период от возобновления вегетации до созревания (март-август) за 2017 г. Эти данные были получены с помощью космического аппарата MODIS с разрешающей способностью 250 м. При этом первоначальные данные были очищены от мешающих факторов (облачность, дымка и пр.) с помощью специальных масок.

Функционирование сложных систем подчинено различным, по-видимому, неизвестным еще нам, законам: физическим, химическим, биологическим и другим. В ходе формирования математической модели мы не стремились устанавливать, какие именно законы проявляются в том или ином случае, а путем проверки различного рода гипотез – феноменологических, представленных в виде простых моделей, искали статистические подтверждения сделанным эмпирическим предположениям. При этом в ходе построения и дальнейшего анализа математической модели динамики разностного вегетационного индекса NDVI мы полагали, что имеют место следующие основные допущения (предположения).

1. Определяющую роль в создании будущего урожая играет процесс выработки пластических веществ в растениях за счет процесса фотосинтеза [1, 20, 23]. Основой этого процесса являются так называемые фотосинтезирующие поверхности. Фотосинтезирующие элементы генеративных органов растений, в нашем конкретном случае – озимой пшеницы, вносят существенный вклад в формирование будущего урожая. Как уже отмечалось ранее, вклад фотосинтезирующих элементов генеративных органов злаков в формирование урожая особенно возрастает начиная с фазы колошения.

2. Выделение роли генеративных органов злаков в формировании урожая на разных этапах органогенеза будет различным. Фотосинтезирующая поверхность расте-

ний озимой пшеницы складывается из различных элементов генеративных органов: листьев, стебля, соцветий и др. Однако в рамках нашей модели мы будем рассматривать посеvy озимой пшеницы как однородную среду, представленную на снимках ИСЗ. Будем рассматривать совокупность растений на полях как некоторое целостное образование, т. е. как системный объект. При этом мы не будем учитывать влияние внутритропуляционной неоднородности.

3. Поскольку значения параметров динамической модели NDVI не являются однозначно определенными в каждый конкретный момент времени ввиду их зависимости от множества различных факторов, то будем рассматривать их как случайные величины. Величина фотосинтезирующей поверхности положительно коррелирует, как показывают расчеты, проведенные [3], со значениями вегетационного индекса NDVI. Логически это положение следует как из определения индекса NDVI, получающегося путем измерения интенсивностей падающего и отраженного света хлорофилловым органом в красной и инфракрасной областях спектра, так и из анализа физиологических особенностей формирования зеленой массы растений озимой пшеницы.

4. Вводимая нами в рассмотрение функция $Y = Y(t)$, описывающая динамику индекса NDVI, на качественном уровне должна отражать процессы развития фотосинтезирующей поверхности и ее угасания. Введенные в рассмотрение параметры модели a и b характеризуют скорости роста и вегетации как самого растения, так и его отдельных органов. Значения параметров a и b отражают интегральное влияние всех факторов развития отдельного растения, а также биологические свойства культуры: ее генотип, влияние агрометеорологических и геофизических условий. Соотношение этих факторов определяется периодом вегетации, а также временем t_{\max} , при котором площадь фотосинтезирующей поверхности достигает своего максимального значения в фазе колошения.

5. Мы будем использовать в нашей модели числовые значения вегетационного индекса NDVI, которые получены в ходе дистанционного зондирования [11]. Как показано в ряде работ (например, 3, 17), величины этого показателя коррелируют со значениями фотосинтезирующей (ассимилирующей) поверхности, которые, в свою очередь, образуют фотосинтезирующий потенциал. При этом влияние фотосинтезирующего потенциала на величину урожайности считается относительно хорошо изученным [4, 5, 25]. Приведенные в [23] уравнения, описывающие динамику накопления биомассы, и уравнение для площади ассимилирующей поверхности совпадают с точностью до обозначений.

Математические аспекты построения модели разностного индекса NDVI

При сделанных ранее предположениях приходится ввести еще ряд дополнительных предположений, накладывающих определенные ограничения, связанные с использованием математического аппарата.

1. Так, приходится дополнительно предполагать, что описывающая динамику вегетационного индекса функция $Y(t)$ является не только непрерывной, но и дифференцируемой функцией. Это предположение дает возможность в дальнейшем анализе использовать элементы дифференциального и интегрального исчисления и математической статистики непрерывных случайных величин.

2. Данные индекса NDVI не могут быть корректно получены в момент, когда обследуемые объекты закрыты облаками. Кроме этого, различный уровень облачности вносит определенные искажения в значения получаемых данных. Также наша модель не учитывает непосредственного влияния гидрометеорологических факторов, таких как влажность, температурный режим и пр. Эти факторы относятся нами к случайной составляющей, величину которой можно оценить в рамках предложенной модели. Будем предполагать, что влияние этих условий системно проявляется в результирующем показателе – урожайности конкретного поля. Все это в целом определяет статистический характер формируемой нами динамической модели.

3. Величина индекса NDVI, как и величина фотосинтезирующей поверхности, изменяется пропорционально уже достигнутому уровню и зависит от некоторой функции $\varphi(t)$. Математически данное предположение можно представить следующим образом:

$$Y'(t) = Y(t)\varphi(t). \quad (1)$$

4. Преобразовав это выражение, получим, что введенная выше функция $\varphi(t)$ представляет не что иное, как относительную скорость изменения значений вегетационного индекса, т. е. величину, показывающую на сколько единиц в день (единица измерения временного интервала в модели) изменяется скорость изменения индекса NDVI.

Другими словами,

$$\frac{Y'(t)}{Y(t)} = \varphi(t), \quad (2)$$

где функция $\varphi(t)$, как видно из полученного соотношения, определяет относительную скорость нарастания $Y(t)$ значений показателя NDVI.

Если полагать, что $\varphi(t)$ – постоянная величина, не зависящая от времени, то будет получена экспоненциальная модель роста. В этом случае значения $Y(t)$ неограниченно растут, что не может служить моделью вегетационного процесса. Если предположить, что $\varphi(t) = C(a - Y(t))$, то получаем модель логистического роста Ферхюльста [13]. При малых значениях t величина $Y = Y(t)$ в этом случае растет экспоненциально, а при больших имеет конечный предел. Именно это второе свойство не позволяет представлять относительную скорость роста в таком виде, поскольку, как видно из представленных эмпирических данных, со временем значения показателя NDVI должны убывать. В целом временной ряд вегетационного индекса обладает свойством антиперсистентности, т. е. восходящая тенденция должна сменяться нисходящей.

5. Сформулированные выше соображения определяют то, что функция $\varphi(t)$ должна довольно быстро убывать со временем.

В качестве наиболее подходящего варианта предлагается функция вида $\varphi(t) = \left(\frac{b}{t} - a\right)$.

В этом случае функция $Y(t)$, являющаяся решением дифференциального уравнения (1), примет следующий вид:

$$Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at}, \quad (3)$$

где параметр C выполняет роль нормирующего множителя, а интерпретация параметров a и b будет дана ниже.

6. Графическое изображение построенной функции вполне соответствует характеру имеющихся опытных данных. Оценка параметров модели по экспериментальным данным проводилась методом наименьших квадратов [21]. Построенные при таких предположениях модели динамики вегетационного индекса, соответствующие различным полям, обладают хорошим качеством подгонки: коэффициент детерминации находится в пределах $0,7 \div 0,85$.

Завершая рассмотрение основных предположений, отметим, что феноменологический характер модели в целом хорошо согласуется с результатами обработки статистических данных и экспериментальными результатами анализа физиологии растений.

Обсуждение результатов моделирования

Интерпретация параметров динамической модели NDVI и их связь с продуктивностью (посевов)

Величины C , b и a в рамках модели, представленной уравнением (3), рассматриваются как параметры, т. е. они остаются постоянными для какого-то определенного поля (посева), но могут изменять свои значения при переходе от одного поля к другому.

Очевидно, что эти параметры являются интенсивными [25] в рамках рассматриваемой модели. Введенные в модели параметры имеют содержательную интерпретацию для всего посева в целом, которая во многом переносится с интерпретации отдельного растения [23].

Так, параметр b является параметром роста. Величина параметра b со временем уменьшается, поскольку появляются новые не фотосинтезирующие органы, которые не участвуют в образовании хлорофилла. Поэтому в течение вегетационного периода этот параметр убывает, точнее убывает выражение b/t , которое в функции $\varphi(t)$ можно рассматривать как единое целое. Наличие времени в правой части уравнения свидетельствует о том, что эта переменная модели $Y(t)$ сохраняет знание о прошлом, т. е. несет информацию о системном влиянии некоторых экзогенных факторов.

Избавиться от параметра t можно, например, проинтегрировав это выражение по переменной t . Такой интегральный показатель, как будет показано ниже, корреляционно связан с урожайностью на данном поле.

Абсолютное значение величины параметра b характеризует системное (интегральное) влияние всех факторов, таких как влажность, наличие минеральных удобрений, температурный режим и пр., на продолжительность периода вегетации всех фотосинтетических органов растений [8].

Параметр a характеризует усыхание (старение, отмирание) некоторых органов растения, это параметр старения. Величина данного параметра не зависит от времени. Вместе с тем параметр a , являясь параметром стока [25], характеризует скорость убывания хлорофилла в растениях.

Параметр C является нормировочным коэффициентом, связанным с масштабом измерения индекса NDVI.

Типичный график построенного уравнения можно видеть, например, в [11, 24] и на рисунке 1.

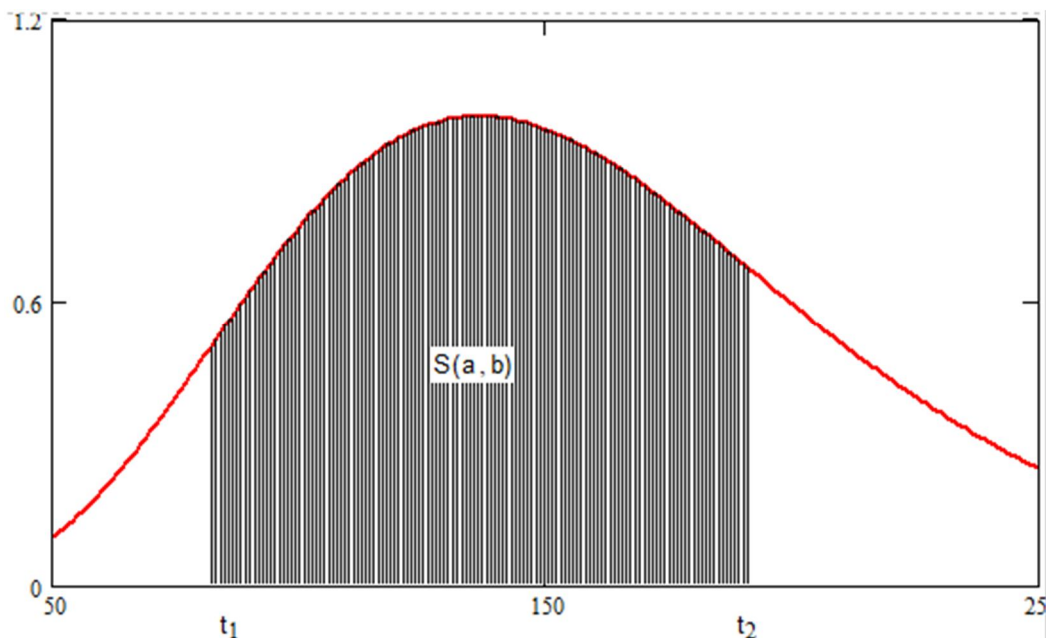


Рис. 1. Величина $S(a, b)$ представляет среднее значение вегетационного индекса NDVI на промежутке $[t_1, t_2]$

Оценки параметров C , b и a , полученные по методу наименьших квадратов, характеризуются как значимые на стандартном 5% уровне. Качество уравнений регрессии, полученное по выборке полей различной урожайности объемом более ста единиц, определяемое коэффициентом детерминации, составляет 70–85% [12].

Значение t_{\max} – время начала (интенсивного) процесса затухания фотосинтеза поверхности вегетирующих органов растений является своеобразной реперной точкой фазы колошения. На наш взгляд, этот параметр модели связан с определенной фазой органогенеза. Соотношение b и a характеризует относительное изменение скорости роста вегетации как самого растения (озимой пшеницы), так и его органов: листьев, стеблей и соцветий.

Прогностические свойства динамической модели NDVI

Анализ статистической связи урожайности U со значениями NDVI начинаем, определив время, когда величина вегетационного индекса достигает максимального значения. Для этого достаточно решить уравнение $Y(t) = 0$. Как показал анализ, точка, которая определяет этот момент, зависит только от отношения параметров b и a , т. е.

$$t_{\max} = \frac{b}{a}.$$

Используя соотношение (3), можно определить сроки, когда темп роста скорости вегетационного индекса изменяется. Для этого надо рассмотреть уравнение $Y''(t) = 0$, корнями которого будут величины $t_1 = (b - \sqrt{b})/a$ и $t_2 = (b + \sqrt{b})/a$. Очевидно, что значения t_1 и t_2 располагаются симметрично относительно t_{\max} , но при этом $Y(t_2) > Y(t_1)$.

При $t_1 < t < t_2$ темп роста вегетационного индекса будет отрицательным, т. е. вторая производная будет меньше нуля: $Y''(t) < 0$.

Для дальнейшего исследования введем в рассмотрение величину $S(a, b)$, численно равную отношению интеграла функции $Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at}$ на промежутке $[t_1, t_2]$ к величине этого промежутка, т. е.

$$S(a, b) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Y(t) dt = \frac{C}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} t^b e^{-at} dt. \quad (4)$$

Полученную величину $S(a, b)$ можно считать средним значением функции $Y(t)$ на промежутке интегрирования, или средним значением интегрального показателя динамической модели NDVI. Эта величина пропорциональна объему общей зеленой массы, а следовательно, и сухой. В дальнейшем для краткости будем называть величину $S(a, b)$ интегральным показателем.

На рисунке 1 представлены кривая динамической модели NDVI, промежуток интегрирования и площадь под интегральной кривой, соответствующая среднему значению S . Заметим, что если сравнить площадь, соответствующую промежутку $[t_1, t_2]$, с площадью под всей кривой, т. е. на промежутке $(0; \infty)$, то величина $S(a, b)$ будет составлять примерно от 1/2 до 2/3 общей площади в зависимости от значений параметров b и a .

Выбор этого промежутка объясняется тем, что величины средних значений вегетационного индекса, как видно из (4), зависят, не только от параметров b и a , но еще и от пределов интегрирования. Для того, чтобы иметь возможность сравнивать величины $S(a, b)$, соответствующие разным полям, были выбраны пределы, зависящие от характеристик вегетационного процесса, а не от внешних факторов, таких как, например, время уборки. Последний параметр, который определялся экспертным способом, весьма субъективен и часто сильно вариативен. Эксперименты, проведенные с таким параметром, дают результаты хуже, чем с параметрами t_1 и t_2 .

В таблице 1 приводятся дескриптивные статистики параметров a , b , C , U и S , а в таблице 2 – корреляционные связи этих же величин. Как видно, параметры a , b и C , которые связаны с ростом растений, т. е. являются интенсивными характеристиками, не коррелируют, по крайней мере значимо, с урожайностью U . Как показывают исследования, взаимосвязи параметров модели C , a и b с урожайностью U на значимом 5% уровне не наблюдается. Заметим, однако, что значимая корреляция была отмечена [14] между урожайностью и густотой продуктивного стеблестоя.

Таблица 1. Описательные статистики параметров и характеристик модели NDVI

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet3_dummy_(Recovered).sta)				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
U - Урожайн	105	51,52016	25,00000	97,01000	15,52356
C	105	36,01119	13,49940	62,48270	11,15574
b	105	8,83584	3,26880	15,48590	2,77607
a	105	-0,05625	-0,10340	-0,02120	0,01834
S - Ср. интеграл	105	0,68230	0,49600	0,80600	0,05233

Таблица 2. Корреляционные связи параметров и характеристик модели NDVI

Variable	Correlations (Spreadsheet3_dummy_(Recovered).sta)						
	Means	Std.Dev.	U - Урожайн	C	b	a	S - Интеграл
U - Урожайн	51,52016	15,52356	1,000000	-0,061154	-0,046820	-0,002478	0,437667
C	36,01119	11,15574	-0,061154	1,000000	0,998529	-0,983099	0,481089
b	8,83584	2,77607	-0,046820	0,998529	1,000000	-0,989843	0,490354
a	-0,05625	0,01834	-0,002478	-0,983099	-0,989843	1,000000	-0,522107
S - Интеграл	0,68230	0,05233	0,437667	0,481089	0,490354	-0,522107	1,000000

Как видно из таблицы 1, параметры *C*, *a* и *b* сильно связаны и коррелируют друг с другом и с параметром *S*. В свою очередь, параметр *S* коррелирует со значениями *U*. Таким образом, вновь введенный параметр *S* является промежуточным параметром между характеристиками динамической модели и урожайностью *U*.

Из приведенных в таблице 2 данных видно, что параметры *a*, *b* и *C*, которые связаны с ростом растений, т. е. являются интенсивными характеристиками, не обнаруживают значимой корреляционной связи с урожайностью. И наоборот, значение интегрального показателя, который является экстенсивной переменной, имеет самую высокую значимость коэффициента корреляции с урожайностью.

Для иллюстрации сделанных выше выводов приведем результаты факторного анализа [21], которые представлены на рисунке 2. Первые два фактора в сумме представляют более 92% вариации. В пространстве хорошо видно, что параметры *a* и *b* противоположно направлены и при этом ортогональны параметру *U*. При этом признак *S* расположен ближе к параметру *U*, чем к параметрам *a* и *b*.

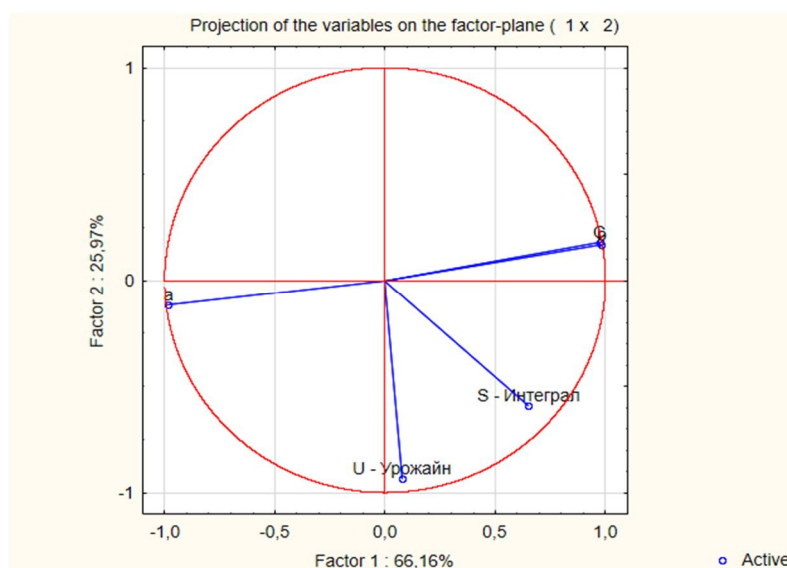


Рис. 2. Результаты факторного анализа переменных *a*, *b*, *U* и *S*

В ходе дальнейших исследований было установлено, что две переменные: S – среднее значение интегрального показателя и U – урожайность, как свидетельствует QQ-графики [19], имеют одинаковые распределения (см. рис. 2). Эти результаты позволяют оценивать распределение урожайности по полученным значениям параметров b и a . Причем эта зависимость нарушается для полей с малой урожайностью (менее 35 ц/га).

Эти результаты позволяют сделать следующие выводы.

Во-первых, фактически подтверждается предположение о том, что урожайность как системный показатель носит интегральный характер, и многие случайные факторы, не учтенные непосредственно в модели, оказывают влияние на величину этого показателя. Построенная модель позволяет оценить величину вклада совокупности случайных факторов, не включенных в модель (3).

Во-вторых, введенный нами интегральный показатель, ввиду тесной связи с показателем урожайности, может быть использован для прогнозирования величины урожайности. QQ-график, представленный на рисунке 3, показывает хорошее совпадение функций распределения величин U – урожайности и S – среднего значения интегрального показателя и свидетельствует о том, что эти величины в информационном плане теснее связаны друг с другом, чем характеристики динамической модели вегетационного индекса.

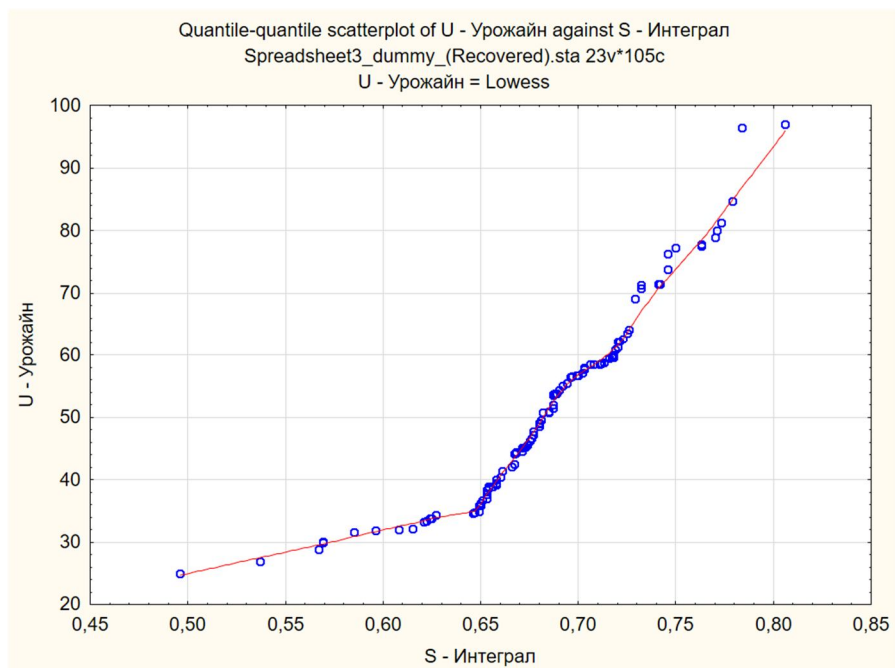


Рис. 3. QQ-график для урожайности U и интегральной характеристики S

Результаты построения регрессионной зависимости урожайности U от значений интегрального показателя S приведены в таблице 3.

Таблица 3. Оценки параметров регрессионной зависимости урожайности U от интегрального показателя S

Regression Summary for Dependent Variable: U - Урожайн (Spreadsheet3_d						
R= ,43766685 R?= ,19155228 Adjusted R?= ,18370327						
F(1,103)=24,405 p<,00000 Std.Error of estimate: 14,025						
N=105	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(103)	p-value
Intercept			-37,0614	17,98326	-2,06088	0,041834
S - Интеграл	0,437667	0,088595	129,8269	26,28018	4,94011	0,000003

Полученное уравнение будет иметь вид

$$U = -37,06 + 129,83 S, R^2 = 0,19. \quad (4)$$

Уравнение (4) будем использовать для прогноза. Пусть, например, величина S примет значение, равное 0,75. Тогда прогнозное значение U составит 60,31 ц/га, 95% доверительный интервал будет (55,86÷64,76); 90% доверительный интервал (56,58÷64,03). Другие результаты вычисления прогнозных значений и соответствующие доверительные интервалы для надежностей 90 и 95% можно видеть в таблице 4.

Таблица 4. Результаты вычисления прогнозных значений средней урожайности по величине интегрального показателя

№	S интегральный показатель	U урожайность (прогноз)	90% уровень надежности		95% уровень надежности	
			U _{нижн}	U _{верх}	U _{нижн}	U _{верх}
1	0,60	40,83	36,59	45,08	35,76	45,91
2	0,65	47,33	44,65	50,00	44,13	50,52
3	0,70	53,82	51,42	56,22	50,95	56,68
4	0,75	60,31	56,58	64,03	55,86	64,76
5	0,80	66,80	61,19	72,41	60,09	73,51
6	0,85	73,29	65,63	80,95	64,14	82,44

Уравнение регрессии, определяющее зависимость урожайности (U) от параметров C , a и b , имеет $R^2 = 0,122$ ($R^2_{adj} = 0,095$), в то время как парная регрессия урожайности (U) от величины S имеет $R^2 = 0,192$ ($R^2_{adj} = 0,184$). Эти результаты подтверждают сформулированный ранее вывод о более тесной связи интегрального показателя S и урожайности U , чем с интенсивными характеристиками модели.

К аналогичным выводам можно прийти, проанализировав результаты регрессионных моделей с процедурами Forward Step и Backward Step [21]. Как и ожидалось, прогноз для малых значений урожайностей не является удовлетворительным. При значениях $S < 0,68$ – минимального значения, взятого для построения модели, могут появиться отрицательные значения.

Обсуждение результатов и заключение

Представленный в статье интегральный показатель S , который получен на основе динамической модели вегетационного индекса NDVI, может быть использован для прогнозирования урожайности озимой пшеницы. В отличие от ранее предложенных подходов к прогнозированию [2] данный подход не использует фиктивных (dummy) переменных [24] и не требует выполнения процедур устранения мультиколлинеарности [12].

Преимущество предложенного подхода к прогнозированию урожайности заключается в том, что прогноз делается на основе поступающих с космического аппарата данных, т. е. является оперативным. При этом в основу прогноза положена динамическая модель, которая, как было показано ранее, учитывает физиологические особенности развития сельскохозяйственных культур, в частности – озимой пшеницы.

Полагаем, что результаты прогнозирования можно значительно улучшить, если при построении динамической модели учитывать такие факторы, как сорт пшеницы, условия вегетации, количество дней без солнца, длительность фаз органогенеза, температурный режим почвенного слоя и другие факторы, которые оказывают влияние на величину урожая. Потому что, как было показано в наших работах, взаимосвязь величины урожая и параметров динамической модели в случае предварительной классификации значима на довольно высоком уровне. При этом методический подход, базирующийся на результатах построения динамической модели NDVI и интегрального показателя, полностью сохраняется.

В настоящее время большое внимание уделяется развитию программно-информационной составляющей, позволяющей обрабатывать и визуализировать спутниковую информацию. Такого рода модели могут быть в значительной степени использованы в разработке информационных систем мониторинга сельскохозяйственных угодий, в частности в прогнозировании урожайности озимой пшеницы.

Анализ динамической модели, связывающей значения NDVI и продукционные процессы, показывает, что эта модель может быть использована в качестве основы информационных систем сельскохозяйственного назначения.

Благодарность. Авторы выражают благодарность заведующему кафедрой селекции, семеноводства и биотехнологий ВГАУ доктору сельскохозяйственных наук Галине Геннадьевне Голевой за обсуждение результатов представленной работы.

Библиографический список

1. Андрианова Ю.Е. Хлорофилл и продуктивность растений / Ю.Е. Андрианова, И.А. Тарчевский. – Москва : Наука, 2000. – 134 с.
2. Буховец А.Г. Современные подходы и методы в прогнозировании урожайности отдельных видов зерновых культур : монография / А.Г. Буховец, Е.А. Семин, Т.Я. Бирючинская. – Воронеж : ФГБОУ ВПО ВГАУ, 2016 – 226 с.
3. Возможности дистанционной оценки урожайности озимой пшеницы на основе вегетационного индекса фотосинтетического потенциала / Ф.В. Ерошенко и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2016. – Т. 13, № 4. – С. 99–112.
4. Журавлева В.В. Моделирование процессов фотосинтеза и фотодыхания C_3 -растений / В.В. Журавлева // Математическая биология и биоинформатика. – 2015. – Т. 10, № 2. – С. 482–507.
5. Зверева Г.К. Структурные адаптации ассимиляционной ткани генеративных органов фестокоидных злаков / Г.К. Зверева // Проблемы ботаники Южной Сибири и Монголии. – 2018. – № 17. – С. 348–352.
6. Зиганшин А.А. Факторы программированных урожаев / А.А. Зиганшин, Л.Р. Шарифуллин. – Казань : Татарское кн. изд-во, 1974. – 176 с.
7. Использование данных дистанционного зондирования земли для региональной оценки качества зерна озимой пшеницы / Ф.В. Ерошенко, И.Г. Стрчак, И.В. Энговатова, Н.Г. Лиховид // ИнтерКарто. ИнтерГИС. – 2020. – Т. 26, № 3. – С. 240–251. DOI: 10.35595/2414-9179-2020-3-26-240-251.
8. Использование данных дистанционного зондирования Земли для оценки состояния и продуктивности посевов сельскохозяйственных культур / Ф.В. Ерошенко, И.Г. Стрчак, Е.О. Шестакова и др. – Ставрополь : Ставрополь-Сервис-Школа, 2020. – 130 с.
9. Использование космических съемок и наземных обследований для оценки состояния посевов сельскохозяйственных культур / В.Е. Зинченко, О.И. Лохманова, В.И. Повх и др. // Вестник Российской академии сельскохозяйственных наук. – 2012. – № 1. – С. 45–47.
10. Космический мониторинг земель сельскохозяйственного назначения Юга России / В.Е. Зинченко, О.И. Лохманова, В.П. Калинин и др. // Исследование Земли из космоса. – 2013. – № 3. – С. 33. DOI: 10.7868/S0205961413030068.
11. Моделирование динамики вегетационного индекса NDVI озимой пшеницы в условиях ЦФО / А.Г. Буховец, Е.А. Семин, Е.И. Костенко, С.И. Яблоновская // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2018. – Т. 11, № 2 (57). – С. 186–199. DOI: 10.17238/issn2071-2243.2018.2.186.
12. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. Финансы и статистика / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – Москва : Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
13. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Ч. 1 / Г.Ю. Ризниченко. – Ижевск, 2002. – 232 с.
14. Селекционная оценка озимой пшеницы методом ранговой корреляции / И.А. Русанов, А.Г. Буховец, Т.Г. Ващенко и др. // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2010. – № 4 (27). – С. 15–20.

15. Семин Е.А. Использование индекса NDVI в прогнозных задачах / Е.А. Семин, А.Г. Буховец // Актуальные вопросы устойчивости АПК и сельских территорий : матер. Всероссийской науч.-практ. конф. (Воронеж, 4 декабря 2017 г.). – Воронеж : ФГБОУ ВО ВГАУ, 2017. – С. 39–43.
16. Степанов А.С. Влияние климатических характеристик и значений вегетационного индекса NDVI на урожайность сои (на примере районов Приморского края) / А.С. Степанов, Т.А. Асеева, К.Н. Дубровник // Аграрный вестник Урала. – 2020. – № 1 (192). – С. 10–19.
17. Степанов А.С. Прогнозирование урожайности сельскохозяйственных культур на основе данных дистанционного зондирования Земли (на примере сои) / А.С. Степанов // Вычислительные технологии. – 2019. – Т. 24, № 26. – С. 125–132.
18. Сторчак И.Г. Особенности динамики вегетационного индекса NDVI в различных почвенно-климатических зонах Ставропольского края / И.Г. Сторчак, Ф.В. Ерошенко, Е.О. Шестакова // Аграрный вестник Урала. – 2019. – № 9 (188). – С. 12–18.
19. Технология мониторинга состояния посевов по данным дистанционного зондирования Земли на юге Западной Сибири / Л.А. Сладких, Е.И. Сапрыкин, М.Г. Захватов, Е.Ю. Сахарова // Геоматика. – 2016. – № 2. – С. 39–48.
20. Фотосинтез и продукционный процесс / Б.И. Гуляев, Е.М. Ильяшук, Б.А. Митрофанов и др.; под общ. ред. Б.И. Гуляева. – Киев : Наукова думка, 1983. – 143 с.
21. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных / А.А. Халафян. – Москва : ООО «Бином-Пресс», 2010. – 528 с.
22. Черепанов А.С. Вегетационные индексы / А.С. Черепанов // ГЕОМАТИКА. – 2011. – № 2. – С. 98–102.
23. Шатилов И.С. Математическая модель фотосинтетической деятельности посева озимой пшеницы / И.С. Шатилов, А.М. Замараев // Известия Тимирязевской сельскохозяйственной академии. – 1987. – Вып. 2. – С. 31–39.
24. Dynamic model of crops' normalized difference vegetation index in Central Federal District environment / A.G. Bukhovets, E.A. Semin, M.V. Kucherenko, S.I. Yablonovskaya // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science : III International Scientific Conference: AGRITECH-III-2020: Agribusiness, Environmental Engineering and Biotechnologies, Volgograd, Krasnoyarsk, 18–20 June 2020 ; Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. – Volgograd, Krasnoyarsk : Institute of Physics and IOP Publishing Limited, 2020. – P. 42019. DOI: 10.1088/1755-1315/548/4/042019.
25. Thornley J.H.M. Mathematical models in plant physiology / J.H.M. Thornley. – Academic Press, 1976. – 312 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ Принадлежность к организации

Алексей Георгиевич Буховец – доктор технических наук, профессор кафедры экономического анализа, статистики и прикладной математики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Россия, г. Воронеж, e-mail: abuhovets@mail.ru.

Марина Викторовна Кучеренко – преподаватель-исследователь кафедры экономического анализа, статистики и прикладной математики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», Россия, г. Воронеж, e-mail: kucba021@mail.ru.

Евгений Александрович Семин – кандидат экономических наук, доцент кафедры экономического анализа, статистики и прикладной математики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», г. Воронеж, Россия, e-mail: 113ghz@mail.ru.

Дата поступления в редакцию 29.06.2021

Дата принятия к печати 28.08.2021

AUTHOR CREDENTIALS Affiliations

Aleksey G. Bukhovets, Doctor of Engineering Sciences, Professor, the Dept. of Economic Analysis, Statistics and Applied Mathematics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: abuhovets@mail.ru.

Marina V. Kucherenko, Research Lecturer, the Dept. of Economic Analysis, Statistics and Applied Mathematics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: kucba021@mail.ru.

Evgeniy A. Semin, Candidate of Economic Sciences, Senior Lecturer, the Dept. of Economic Analysis, Statistics and Applied Mathematics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Russia, Voronezh, e-mail: 113ghz@mail.ru.

Received June 29, 2021

Accepted after revision August 28, 2021