

ТЕХНОЛОГИИ И СРЕДСТВА МЕХАНИЗАЦИИ
СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

Научная статья
УДК 629.113-587
DOI: 10.53914/issn2071-2243_2021_4_21

Исследование движения колесной машины по криволинейной траектории

Александр Николаевич Беляев^{1✉}, Татьяна Владимировна Тришина², Алексей Евгеньевич Новиков³, Юрий Владимирович Дьяченко⁴, Ирина Алевтиновна Высоцкая⁵

^{1, 2, 3, 4}Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I, Воронеж, Россия

⁵Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации, Воронеж, Россия

¹aifkm_belyaev@mail.ru, aifkm@agroeng.vsau.ru✉

Аннотация. Определение боковых реакций почвы, действующих на колеса машины со стороны деформируемого опорного основания при криволинейном движении, является актуальной задачей, связанной с решением проблемы сохранения устойчивости и управляемости машины. Разработка доступной и достоверной методики расчета боковых реакций позволит осуществлять прогнозирование возможного отклонения колесной машины от требуемой траектории движения (бокового увода, скольжения или заноса) и корректировать, при необходимости, на этой основе некоторые необходимые эксплуатационные параметры, такие как, например: поступательную скорость движения, угловую скорость поворота управляемых колес. Как показал анализ исследований, аналитически указанную проблему в совокупности корректно и достоверно решить не представляется возможным ввиду сложности и неоднозначности явлений и процессов, происходящих в месте контакта шин колес с деформируемым опорным основанием. В соответствии с предлагаемой в настоящей работе методикой рекомендуется сначала получить кривую траектории движения экспериментально в виде координатного закона изменения в декартовой системе, а затем определить кинематические и динамические характеристики при исследовании движения колесной машины по известной траектории расчетным путем. Действительная траектория центра масс колесной машины была экспериментально получена посредством разработанного способа определения траектории криволинейного движения. Проведены оценка и анализ действия инерционных сил различной природы на остов машины. Боковые реакции рассчитаны на основе фундаментального дифференциального уравнения Лагранжа второго рода и из условия равновесия машины. Сравнительная оценка показала достаточно высокую сходимость результатов, что подтверждает адекватность предлагаемой методики расчета боковых реакций со стороны опорной поверхности на колесах машины.

Ключевые слова: колесная машина, траектория, криволинейное движение, скорость, ускорение, радиус кривизны, сила инерции, боковая реакция

Для цитирования: Беляев А.Н., Тришина Т.В., Новиков А.Е., Дьяченко Ю.В., Высоцкая И.А. Исследование движения колесной машины по криволинейной траектории // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2021. Т. 14, № 4(71). С. 21–29. https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2021_4_21–29.

TECHNOLOGIES AND MECHANICAL MEANS
IN AGRICULTURE (ENGINEERING SCIENCES)

Original article

Investigation of the movement of a wheeled vehicle along a curved trajectory

**Aleksandr N. Belyaev^{1✉}, Tatiana V. Trishina², Aleksey E. Novikov³, Yury V. Dyachenko⁴,
Irina A. Vysotskaya⁵**

^{1, 2, 3, 4}Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great

⁵Military Educational and Scientific Center of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation

¹aifkm_belyaev@mail.ru, aifkm@agroeng.vsau.ru✉

Abstract. One of the urgent tasks related to solving the problem of maintaining the stability and controllability of the agricultural vehicle is determining the cornering forces of the soil acting on its wheels from the side of the

deformable support base during curvilinear movement. The development of an accessible and reliable method for calculating lateral reactions will make it possible to predict the probable deviation of a wheeled vehicle from the required trajectory of movement (lateral wheel slipping, sliding or skidding) and adjust, if necessary, on this basis, some necessary operational parameters, such as velocity of translation, turning rate of steering wheels. Data shows that it is not possible to solve correctly and properly the analytically indicated problem, due to the complexity and ambiguity of phenomena and processes occurring at the point of contact of wheel tires with a deformable support base. In accordance with the methodology proposed in this paper, it is recommended in the first instance to obtain the trajectory curve experimentally in the form of a coordinate law of change in a Cartesian-coordinate system, and then determine by calculation the kinematic and dynamic characteristics when studying the movement of a wheeled vehicle along a known trajectory. The actual trajectory of the center of mass of the wheeled vehicle was experimentally obtained by means of the developed method for determining the trajectory of curvilinear motion. The evaluation and analysis of various nature forces inertial effect on the frame of the machine are carried out. Lateral reactions are calculated on the basis of the fundamental Lagrange's differential equation of the second kind and from the equilibrium condition of the machine. The comparative evaluation showed a sufficiently high reproducibility of results, which confirms the adequacy of the proposed methodology for calculating lateral reactions from the side of the wheel mounting surface of the vehicle.

Keywords: wheeled vehicle, trajectory, curvilinear motion, speed, acceleration, radius of curvature, force of inertia, cornering force

For citation: Belyaev A.N., Trishina T.V., Novikov A.E., Dyachenko Y.V., Vysotskaya I.A. Investigation of the movement of a wheeled vehicle along a curved trajectory. Vestnik of Voronezh State Agrarian University. 2021;14(4):21-29. (In Russ.). https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2021_4_21-29.

Одной из сложных проблем, возникающих в процессе эксплуатации колесных машин, является сохранение устойчивости и управляемости при криволинейном движении, особенно на деформированном рыхлом опорном основании. Установлено [3], что наибольшее влияние на формирование боковой реакции со стороны опорной поверхности, от величины которой зависит боковой ввод, скольжение и занос машины, оказывают различного рода инерционные силы.

Таким образом, выявление инерционных сил, действующих на колесную машину, и боковых реакций колес со стороны опорной поверхности при повороте является актуальной задачей, которую, как подтвердили исследования [3, 12], решить точно или только экспериментальным, или только расчетным путем не представляется возможным, ввиду сложности и неоднозначности процессов, протекающих при взаимодействии колеса с деформированным рыхлым опорным основанием. Поэтому в настоящей работе нами предлагается методика их определения с применением как опытного, так и теоретического методов на различных этапах расчета.

Так как получение аналитического описания изучаемой траектории движения, как правило, приводит к не совсем корректным и достоверным результатам, рекомендуется получить ее экспериментальными методами при функционировании колесной машины в условиях реальной эксплуатации, а затем провести исследование движения под действием заданных сил при известном законе изменения кривой линии, очерчиваемой какой-либо характерной точкой, принятой за базовую при решении поставленных задач (центр масс, середина моста и т. д.) [1, 3].

Так как координатный способ задания закона движения тела является наиболее приемлемым для подобного рода исследования [4], текущие координаты криволинейной траектории, например центра масс колесной машины в декартовой системе (точка C на рис. 1), получены экспериментальным путем [11]:

$$x_C = x(t); \quad (1)$$

$$y_C = y(t). \quad (2)$$

Посредством координат (1) и (2) из геометрических соотношений определяются координаты траектории и радиус кривизны любой базовой точки машины.

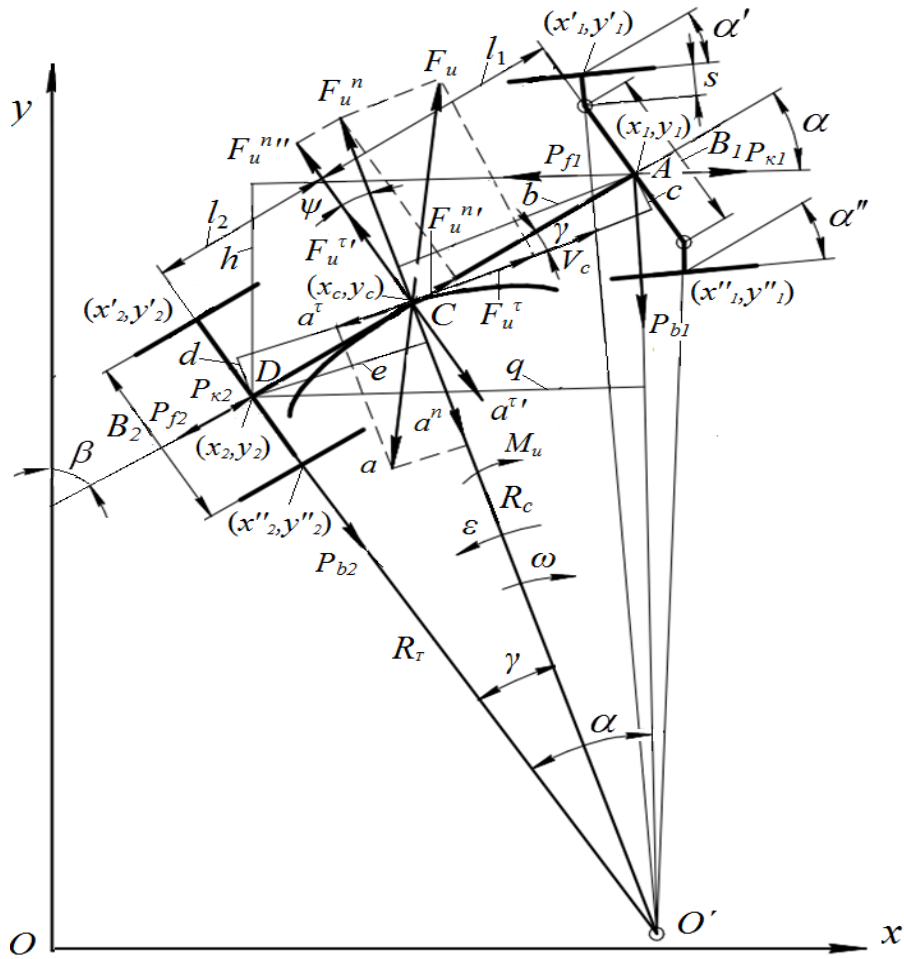


Рис. 1. Схема действия сил при повороте колесной машины

Например, координаты середин осей:

- передний мост:

$$x_1 = x_C + l_1 \cdot \sin \beta;$$

$$y_1 = y_C + l_1 \cdot \cos \beta;$$

- задний мост:

$$x_2 = x_C - l_2 \cdot \sin \beta;$$

$$y_2 = y_C - l_2 \cdot \cos \beta$$

и середины каждого колеса:

- левое переднее:

$$x'_1 = x_C + l_1 \cdot \sin \beta - B_1/2 \cdot \cos \beta - s \cdot \cos(\beta + \alpha');$$

$$y'_1 = y_C + l_1 \cdot \cos \beta + B_1/2 \cdot \sin \beta + s \cdot \sin(\beta + \alpha');$$

- правое переднее:

$$x''_1 = x_C + l_1 \cdot \sin \beta + B_1/2 \cdot \cos \beta + s \cdot \cos(\beta + \alpha'');$$

$$y''_1 = y_C + l_1 \cdot \cos \beta - B_1/2 \cdot \sin \beta - s \cdot \sin(\beta + \alpha'');$$

- левое заднее:

$$x'_2 = x_C - l_2 \cdot \sin \beta - B_2/2 \cdot \cos \beta;$$

$$y'_2 = y_C - l_2 \cdot \cos \alpha + B_2/2 \cdot \sin \beta;$$

- правое заднее:

$$\begin{aligned}x_2'' &= x_C - l_2 \cdot \sin \beta + B_2 / 2 \cdot \cos \beta; \\y_2'' &= y_C - l_2 \cdot \cos \beta - B_2 / 2 \cdot \sin \beta,\end{aligned}$$

где l_1 и l_2 – продольные координаты остова машины (соответственно расстояния от центра тяжести до середин переднего и заднего мостов), м;

B_1 – расстояние между осями шкворней переднего моста, м;

B_2 – ширина колеи заднего моста, м;

s – плечо обката переднего моста, м;

β – курсовой угол движения остова машины, рад;

α' , α'' – углы поворотов, соответственно наружного и внутреннего по отношению к центру поворота, управляемых колес, град.

Радиус кривизны траектории в данной точке [6, 8]

$$\rho = \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}}. \quad (3)$$

Известно [7, 10], что при криволинейном движении появляется боковая сила, которая стремится сдвинуть колесо машины вбок. Со стороны опорной поверхности (дороги, поверхности поля и др.) в противодействие этой силе возникает боковая реакция в контакте колеса с ней – сила, препятствующая боковому уходу колеса и процессам бокового скольжения и заноса. И, очевидно, колесо машины начнет поперечное скольжение (или занос), когда боковая сила станет больше, чем боковая реакция опорной поверхности.

Суммарная сила инерции F_u , возникающая при повороте колесной машины, приложенная к ее центру тяжести и направленная противоположно полному его ускорению $a_c = a$ (рис. 1), определяется по формуле [1, 4]

$$F_u = ma,$$

где m – масса машины, кг;

a – модуль полного ускорения, м/с²

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}.$$

Его направление оценивается направляющими косинусами

$$\cos(\bar{a}; \bar{i}) = \frac{\ddot{x}}{a}; \quad \cos(\bar{a}; \bar{j}) = \frac{\ddot{y}}{a}.$$

Проекция полного ускорения на нормаль к кривой траектории в рассматриваемой точке – результирующая центробежная сила инерции (рис. 1)

$$F_u^n = ma^n,$$

где a_n – нормальное ускорение центра масс, м/с².

$$a^n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}.$$

Модуль касательного ускорения определяется по следующей формуле:

$$a^\tau = \frac{\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y}}{V},$$

где $V = V_c$ – модуль поступательной скорости движения центра масс колесной машины, м/с.

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}.$$

Одна из проекций F_u^n на продольную плоскость машины $F_u^{n'}$ перераспределяет нормальные нагрузки между передними и задними ее колесами (рис. 1)

$$F_u^{n'} = F_u^n \cdot \sin \psi,$$

где ψ – угол наклона результирующей центробежной силы к поперечной плоскости машины, град.

Исследования показали [3, 10], что наиболее существенное влияние на формирование величины боковой реакции оказывает вторая составляющая F_u^n – поперечная (боковая) сила инерции $F_u^{n''}$, которая стремится сдвинуть машину вбок (рис. 1)

$$F_u^{n''} = F_u^n \cdot \cos \psi. \quad (4)$$

Тангенциальная составляющая F_u^{τ} суммарной силы инерции F_u возникает в случае неравномерного движения машины (рис. 1)

$$F_u^{\tau} = m \cdot a^{\tau}$$

и способствует или ускорению, или замедлению поворота, а при некоторых обстоятельствах может являться одной из причин заноса ее задней оси [3].

Наиболее сложным этапом процесса криволинейного движения машины являются участки увеличения кривизны траектории [3, 7, 9, 10], где к центробежной силе F_u^n также добавляются и другие инерционные силы из-за того, что при переходе от прямолинейного движения к установившемуся криволинейному происходит непрерывное изменение положения центра поворота O' , и по такому же характеру уменьшается радиус поворота (3) и соответственно увеличивается угловая скорость поворота ω [9]

$$\omega = \frac{v}{\rho}$$

Большое значение для боковой устойчивости колесной машины на указанном участке поворота имеет то обстоятельство, что при этом происходит относительное вращение центра тяжести вокруг середины заднего моста (точка D) с тангенциальным ускорением (рис. 1) [4]

$$a^{\tau'} = l_2 \cdot d\omega/dt.$$

Расстояние l_2 от середины заднего моста до центра тяжести в данном случае является радиусом относительного вращения, а угловое ускорение поворота [1, 4]

$$\varepsilon = d\omega/dt.$$

В результате чего появляется действующая в том же направлении, что и сила $F_u^{n''}$ (4), и приложенная к центру тяжести тангенциальная сила инерции (рис. 1) [1, 4]

$$F_u^{\tau'} = m \cdot l_2 \cdot d\omega/dt.$$

Управляемость и устойчивость колесных машин при повороте с малыми радиусами и на самых динамически нагруженных участках поворота с переменной кривизной траектории изучена недостаточно. Исследованию подверглась лишь машина при движении по кругу с малыми скоростями движения. И, как правило, величину боковой реакции определяют путем произведения коэффициента поперечного сцепления шин φ (или, что то же самое, коэффициента скольжения шин в боковом направлении) и веса, приходящегося на колеса, за вычетом величины тяговой нагрузки, развиваемой колесами [7, 9, 10]. Вес, действующий на оси при движении машины по криволинейной траектории, меняется, положение центра тяжести и величина тяговой силы осей также непостоянны [3]. Причем ведущий режим работы колес может меняться на тормозной режим (в силу разных причин, например при уменьшении подачи топлива, при увеличении внешней нагрузки и т. д.).

Анализ большого количества известных исследований взаимодействия колеса с опорной поверхностью показал, что комплексно указанные процессы не описаны, хотя и существенны, имеют при этом место различные толкования понятия боковой реакции и различные методики ее определения, которые с разной степенью точности отражают действительную картину качения колеса и базируются на различных подходах к решаемой задаче, в результате чего получаются отличные друг от друга величины [3].

Так как боковые реакции, действующие на каждое колесо со стороны опорной поверхности при криволинейном движении, оказывают значительное влияние на многие эксплуатационные, кинематические и динамические характеристики колесной машины, необходимость поиска новых, более совершенных и точных методов их определение является актуальной задачей, хотя, надо отметить, сложной и неоднозначной, предполагающей, для эффективного результата, использование множества значений коэффициентов, полученных экспериментально при различных условиях движения [3].

Исходя из этого предложена методика, разработанная на основе фундаментального дифференциального уравнения Лагранжа второго рода, которая позволяет достаточно точно определить численные значения боковых реакций из условий равновесия моментов сил относительно точек A и D [1, 2, 4] (рис. 1):

$$P_{b1} = \frac{(P_{f1} - P_{K1})h + F_u^n \cdot e + F_u^{\tau'} \cdot l_2 - F_u^{\tau} \cdot d - M_u}{q}; \quad (5)$$

$$P_{b2} = \frac{F_u^n \cdot b + F_u^{\tau'} \cdot l_1 - F_u^{\tau} \cdot c + M_u}{L}, \quad (6)$$

где P_{b1} , P_{b2} – соответственно суммарные боковые реакции на колесах переднего и заднего мостов, Н;

$L = l_1 + l_2$ – продольная база машины, м;

P_{f1} – суммарная сила сопротивления качению колес переднего моста, Н;

P_{K1} – суммарная касательная сила тяги на колесах переднего моста, Н.

Основные геометрические величины кинематической схемы поворота по рисунку 1, в том числе расчетные выражения плеч сил для формул (5) и (6), определяются из тригонометрических соображений по выражениям [3]:

$$b = l_1 \cdot \cos \gamma; \quad c = l_1 \cdot \sin \gamma; \quad d = l_2 \cdot \sin \gamma; \quad e = O'D \cdot \sin \gamma = R_T \cdot \sin \gamma;$$

$$q = O'D \cdot \sin \alpha; \quad h = L \cdot \sin \alpha; \quad R_C = \frac{L}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \gamma}; \quad R_T = \frac{L}{\operatorname{tg} \alpha};$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{l_2}{R_T}; \quad \alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha'' (2R_T - B)}{2R_T} \right).$$

Формулы для определения суммарных касательных сил тяги передних и задних колес имеют следующий вид [1, 2]:

$$P_{K1} = P_{K}^{\Pi} \cdot \frac{t \cdot \cos \alpha}{(t + \cos \alpha) \cos \gamma}; \quad (7)$$

$$P_{K2} = P_{K}^{\Pi} \cdot \frac{\cos \alpha}{(t + \cos \alpha) + \cos \gamma},$$

где $t = \frac{l_1}{l_2}$.

Приведенная в (7) касательная сила

$$P_k^{\Pi} = P_f^{\Pi} - F_u^{\tau},$$

где приведенная сила сопротивления качению [1, 2]

$$P_f^{\Pi} = P_{f1}^{\Pi} + P_{f2}^{\Pi} = P_{f1} \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha} + P_{f2} \cos \gamma.$$

Суммарные силы сопротивления качению колес переднего и заднего мостов [7, 9, 10]:

$$P_{f1} = N_1 \cdot f \quad \text{и} \quad P_{f2} = N_2 \cdot f,$$

где f – коэффициент сопротивления качению колес.

Суммарные вертикальные (нормальные) реакции на переднем и заднем мостах [7, 9, 10]:

$$N_1 = \frac{G \cdot l_1}{L} \quad \text{и} \quad N_2 = \frac{G \cdot l_2}{L},$$

где G – сила веса машины, Н.

Момент сил инерции определяется по формуле [1, 4]

$$M_u = J \varepsilon,$$

где J – осевой момент инерции остова машины, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

В качестве объекта исследований выбран колесный трактор класса 2 [5] с соответствующими техническими характеристиками:

$m = 5475$ кг; $L = 2,6$ м; $l_1 = 1,1$ м; $l_2 = 1,5$ м; $B_1 = B_2 = 1,8$ м; $\alpha'' = 15^\circ$, $R_T = 10,603$ м; $R_C = 10,709$ м.

Используя экспериментально полученную, например при круговом беспетлевом повороте со скоростью $V = 1,67$ м/с (рис. 2), в прямоугольной системе координат траекторию точки C – центра масс колесной машины (рис. 1) [3, 11], задаем соответствующий закон ее движения по этой кривой координатным способом и определяем кинематические и динамические характеристики согласно изложенным выше положениям.

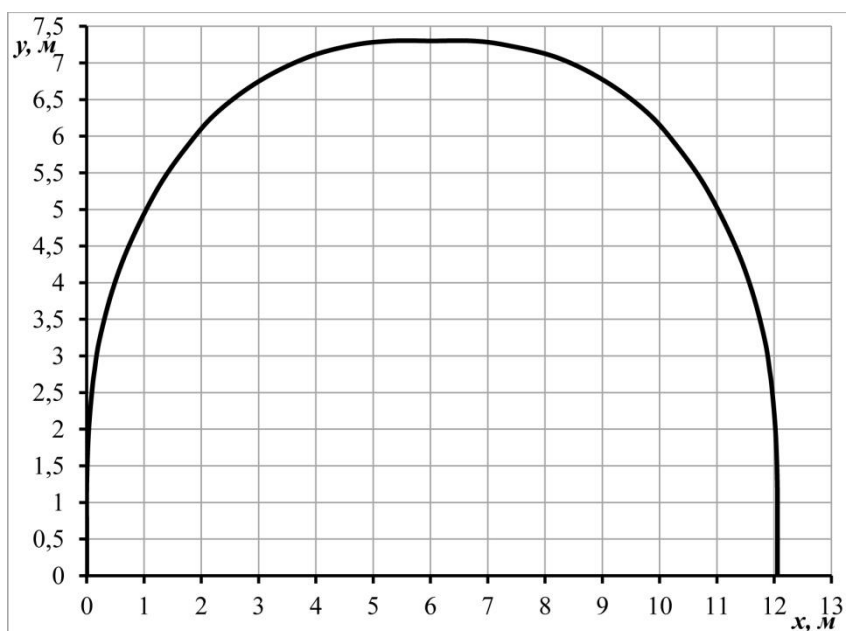


Рис. 2. Экспериментальная траектория поворота

Результаты расчетов боковых реакций на колесах переднего и заднего мостов приведены на рисунке 3.

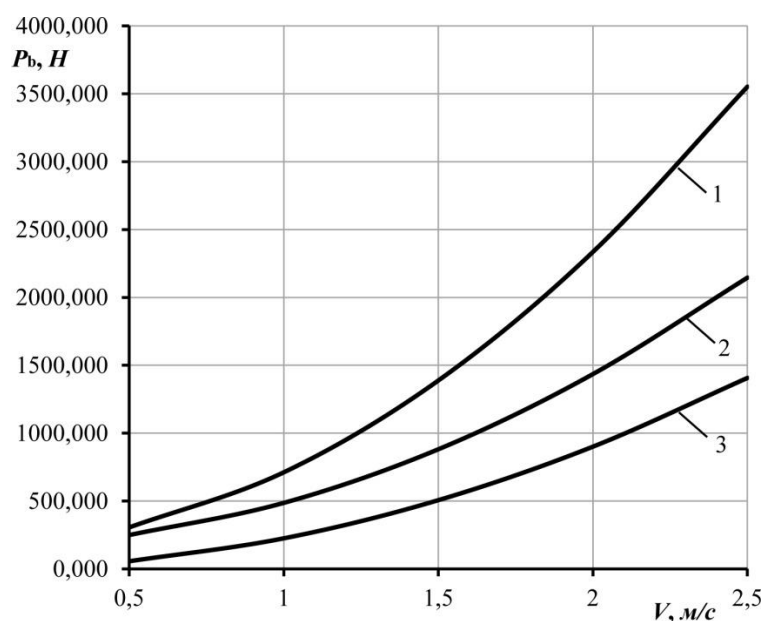


Рис. 3. Зависимость боковой реакции от скорости движения: 1 – P_b ; 2 – P_{b1} ; 3 – P_{b2}

Численная реализация математической модели криволинейного движения той же колесной машины в интерактивной среде программирования Matlab/Simulink [13–15] при тех же начально-исходных параметрах и для получения тех же выходных параметров выявила, что расхождение результатов не выше 3–7% [3].

Таким образом, используя полученные результаты, можно изучать, например, вопрос об устойчивости движения и управляемости любой колесной машины (трактора, автомобиля и любого другого самоходного энергетического средства) при выполнении им различных маневров на повороте. Представленная методика предлагает разложить сложные динамические процессы, в том числе переходные режимы, на простейшие составляющие и позволяет, как на стадии проектирования, так и в процессе эксплуатации колесной машины, определить и проанализировать ее основные кинематические и динамические характеристики при криволинейном движении, в том числе выполнить многовариантные и достаточно адекватные по точности расчеты величин боковых реакций на колесах машины, оценить влияние инерционных сил на их формирование, что количественно и качественно подтверждено альтернативным численным моделированием и экспериментом. На основании этого обеспечиваются рациональные геометрические, кинематические и динамические характеристики и требуемые эксплуатационные параметры функционирования колесной машины за счет выбора и выявления закономерностей изменения оптимальных законов скорости движения машины и углов поворота управляемых колес.

Список источников

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. Москва: Наука, 1988. 640 с.
2. Беляев А.Н. Определение сил при повороте трактора // Техника в сельском хозяйстве. 2012. № 4. С. 22–23.
3. Беляев А.Н. Повышение эффективности работы машинно-тракторных агрегатов на базе интегральных универсально-пропашных колесных тракторов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.20.01. Мичуринск-наукоград, 2019. 440 с.
4. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования. Москва: Издательский центр «Академия», 2010. 432 с.
5. Виноградов К.Н., А.С. Дурманов, Н.И. Киселев и др. Обоснование параметров и конструкции универсально-пропашного трактора повышенной эффективности. Воронеж: Изд-во Воронежского гос. ун-та, 1978. 164 с.
6. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. Москва: Наука, 1961. 871 с.
7. Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др. Тракторы: теория: учебник для вузов по специальности «Автомобили и тракторы». Москва: Машиностроение, 1988. 374 с.
8. Дьяконов В.П. Энциклопедия компьютерной алгебры. Москва: ДМК-Пресс, 2009. 1264 с.
9. Скотников В.А., Мащенко А.А., Солонский А.С. Основы теории и расчета трактора и автомобиля: учебное пособие. Москва: Агропромиздат, 1986. 383 с.
10. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. 2-е изд., доп. и перераб. Москва: Машиностроение, 1990. 352 с.
11. Способ определения траектории криволинейного движения трактора: пат. 2600002 Рос. Федерация. № 2015119763/13; заявл. 26.05.2015; опубл. 20.10.2016. Бюл. № 29. 6 с.
12. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Минск: Дизайн ПРО, 1997. 640 с.
13. Field R.V., Hurtago E.J. Modeling of dynamic forces of a tractor in the MATLAB-simulink program environment. New York: Society of Automotive Engineers, 2003. 112 p.
14. Klee H., Allen R. Simulation of Dynamic Systems with MATLAB and Simulink. Taylor & Francis Group, LLC, 2018. 853 p.
15. SIMULINK [Электронный ресурс]. URL: <http://matlab.ru/products/simulink> (дата обращения: 20.06.2021).

References

1. Artobolevsky I.I. Teoriya mekhanizmov i mashin [Theory of mechanisms and machines]. Moscow: Nauka; 1988. 640 p. (In Russ.).
2. Belyaev A.N. Opredelenie sil pri povorote traktora [Determination of forces when turning a tractor]. *Tekhnika v sel'skom khozyajstve = Technique in Agriculture*. 2012;(4):22-23. (In Russ.).

3. Belyaev A.N. Povyshenie effektivnosti raboty mashinno-traktornykh agregatov na baze integral'nykh universal'no-propashnykh kolesnykh traktorov [Improving the efficiency of machine-tractor units based on integral universal row-crop wheeled tractors]: dissertatsiya ... doctora tekhnicheskikh nauk = Doctoral Dissertation in Engineering Sciences: 05.20.01. Michurinsk-naukograd; 2019. 440 p. (In Russ.).
4. Bolotin S.V., Karapetyan A.V., Kugushev E.I., Treshchev D.V. Teoreticheskaya mekhanika: uchebnik dlya studentov uchrezhdenij vysshego professional'nogo obrazovaniya [Theoretical mechanics: textbook for students of institutions of higher professional education]. Moscow: Akademiya Press; 2010. 432 p. (In Russ.).
5. Vinogradov K.N., A.S. Durmanov, N.I. Kiselev, et al. Obosnovanie parametrov i konstruksii universal'no-propashnogo traktora povyshennoj effektivnosti [Substantiation of the parameters and design of a universal row-crop tractor of increased efficiency]. Voronezh: Voronezh State University Press; 1978. 164 p. (In Russ.).
6. Vygodskij M.Ya. Spravochnik po vysshej matematike [Handbook of Higher Mathematics]. Moscow: Nauka Press; 1961. 871 p. (In Russ.).
7. Gus'kov V.V., Velev N.N., Atamanov Yu.E., et al. Traktory. Teoriya: uchebnik dlya vuzov po special'nosti "Avtomobili i traktory" [Tractors. Theory: textbook for universities in the specialty "Cars and tractors"]. Moscow: Mashinostroenie Press; 1988. 374 p. (In Russ.).
8. Diakonov V.P. Entsiklopediya komp'yuternoj algebry [Encyclopedia of computer algebra]. Moscow: DMK-Press; 2009. 1264 p. (In Russ.).
9. Skotnikov V.A., Mashchensky A.A., Solonsky A.S. Osnovy teorii i rascheta traktora i avtomobilya [Foundations of the theory and calculation of a tractor and a car]. Moscow: Agropromizdat Press; 1986. 383 p. (In Russ.).
10. Smirnov G.A. Teoriya dvizheniya kolesnykh mashin. 2-e izdanie, dopolnennoe i pererabotannoe [Theory of motion of wheeled vehicles. 2nd ed., revised and corrected]. Moscow: Mashinostroenie Press; 1990. 352 p. (In Russ.).
11. Sposob opredeleniya traektorii krivolinejnogo dvizheniya traktora [Method of determining the trajectory of the curved movement of a tractor]: patent 2600002 Ros. Federatsiya. №. 2015119763/13; zayavleno 26.05.2015; opublikovano 20.10.2016. Byul. № 29 = Patent 2600002 Russian Federation. No. 2015119763/13, claimed 26.05.2015; published 20.10.2016, Bulletin 29. 6 p. (In Russ.).
12. Tarasik V.P. Matematicheskoe modelirovanie tekhnicheskikh sistem [Mathematical modeling of engineering systems]. Minsk: Dizajn PRO Press; 1997. 640 p. (In Russ.).
13. Field R.V., Hurtago E.J. Modeling of dynamic forces of a tractor in the MATLAB-simulink program environment. New York: Society of Automotive Engineers; 2003. 112 p.
14. Klee H., Allen R. Simulation of Dynamic Systems with MATLAB and Simulink. Taylor & Francis Group, LLC; 2018. 853 p.
15. SIMULINK. URL: <http://matlab.ru/products/simulink>.

Информация об авторах

А.Н. Беляев – доктор технических наук, доцент, зав. кафедрой прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», aifkm_belyaev@mail.ru.
Т.В. Тришина – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», tata344@rambler.ru.
А.Е. Новиков – аспирант кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», novikov-alexey1@yandex.ru.
Ю.В. Дьяченко – аспирант кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», yuradyachenko@mail.ru.
И.А. Высоцкая – кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры математики ФГКВУ ВО «Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации, i.a.trishina@gmail.com.

Information about the authors

A.N. Belyaev, Doctor of Engineering Sciences, Docent, Head of the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, aifkm_belyaev@mail.ru.
T.V. Trishina, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, tata344@rambler.ru.
A.E. Novikov, Postgraduate Student, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, novikov-alexey1@yandex.ru.
Yu.V. Dyachenko, Postgraduate Student, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, yuradyachenko@mail.ru.
I.A. Vysotskaya, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Lecturer, Dept. of Mathematics, Military Educational and Scientific Center of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, i.a.trishina@gmail.com.

Статья поступила в редакцию 04.10.2021; одобрена после рецензирования 10.11.2021; принята к публикации 20.11.2021.

The article was submitted 04.10.2021; approved after revision 10.11.2021; accepted for publication 20.11.2021.

© Беляев А.Н., Тришина Т.В., Новиков А.Е., Дьяченко Ю.В., Высоцкая И.А., 2021