

4.3.1. ТЕХНОЛОГИИ, МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

Научная статья

УДК 629.3.076

DOI: 10.53914/issn2071-2243_2023_1_90

Методика определения теоретической траектории поворота колесной машины

Александр Николаевич Беляев^{1✉}, **Владимир Павлович Шацкий**²,
Татьяна Владимировна Тришина³, **Алексей Евгеньевич Новиков**³,
Ирина Алевтиновна Высоцкая⁴

^{1,2,3}Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I, Воронеж, Россия

⁴Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации, Воронеж, Россия

¹aifkm_belyaev@mail.ru, aifkm@agroeng.vsau.ru✉

Аннотация. Один из достоверных критериев, используемых для оценки устойчивости движения колесной машины, может быть получен в результате сравнения теоретической и действительной траекторий, описываемых ее характерными точками. Разработана и обоснована методика определения геометрических параметров теоретической криволинейной траектории движения кинематического центра двухосной колесной машины с передними управляемыми колесами. Объектом исследований является «правильный» поворот, при котором все колеса катятся без скольжения и мгновенные центры их поворота совпадают. Скорость поступательного движения машины и угловая скорость поворота управляемых колес постоянны. Выведены в параметрической форме уравнения для расчета абсцисс и ординат кривой траектории входа в поворот, на основании которых получен массив их значений, используемый для аппроксимации нелинейной функции явного вида. Из условий непрерывности и гладкости проведена «склейка» функции явного вида входа в поворот и окружности постоянного радиуса участка установившегося поворота. Кусочно-гладкая нелинейная функция, описывающая кривую теоретической траектории кинематического центра колесной машины при ее повороте до максимальной ординаты, найдена также методом нелинейной аппроксимации. Наложение явной функции входа в поворот на массив точек координат траектории, полученных расчетом из уравнений параметрического вида, и сравнение радиусов кривизны траекторий, определенных с помощью параметрических и явных функций, на границе исследуемых участков показали практическую сходимость результатов при идентичных конструктивных и эксплуатационных параметрах. Теоретический радиус кривизны, определенный по уравнениям координат параметрического вида, равен 3,894 м, а с использованием функции явного вида – 3,899 м.

Ключевые слова: колесная машина, траектория поворота, вход в поворот, радиус кривизны, координата, аппроксимирующая функция

Для цитирования: Беляев А.Н., Шацкий В.П., Тришина Т.В., Новиков А.Е., Высоцкая И.А. Методика определения теоретической траектории поворота колесной машины // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2023. Т. 16, № 1(76). С. 90–97. https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2023_1_90–97.

4.3.1. TECHNOLOGIES, MACHINERY AND EQUIPMENT FOR THE AGRO-INDUSTRIAL COMPLEX (ENGINEERING SCIENCES)

Original article

Methodology for determining theoretical trajectory of a wheeled vehicle

Aleksandr N. Belyaev^{1✉}, **Vladimir P. Shatsky**, **Tatyana V. Trishina**³,
Aleksey E. Novikov⁴, **Irina A. Vysotskaya**⁴

^{1,2,3}Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Voronezh, Russia

⁴Military Educational and Scientific Center of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, Voronezh, Russia

¹aifkm_belyaev@mail.ru, aifkm@agroeng.vsau.ru✉

Abstract. One of the reliable criteria used to assess the stability of the motion of a wheeled vehicle can be obtained by comparing theoretical and actual trajectories described by its characteristic points. The authors developed and

substantiated a method for determining geometric parameters of theoretical curvilinear trajectory of the kinematic center of a two-axle wheeled vehicle with front steerable wheels. The object of research is the “correct” turn when all four wheels roll without sliding and the instantaneous centers of their rotation coincide. The speed of the translational motion of the vehicle and the angular rotation speed of the controlled wheels are constant. The authors also derived in parametric form the equations for calculating horizontal and vertical coordinates of the curve of the trajectory of the entrance into the turn, and in terms of their values array gave a reasonable approximation for an explicit nonlinear function; based on continuity and smoothness, performed sewing together explicit function of the entrance into the turn and the circle of the constant radius of the section of the steady turn; using the method of nonlinear approximation found sectionally smooth nonlinear function describing the curve of the theoretical trajectory of the kinematic center of a wheeled vehicle when it is rotated to the maximum ordinate. The superposition of an explicit function of an entering into the turn on an array of trajectory coordinate points obtained by calculation from parametric equations and further comparison of the radii of curvature of trajectories determined using parametric and explicit functions at the boundary of the studied sections showed reproducibility of the results at identical design and operational parameters. Theoretical radius of curvature determined by the parametric coordinate equations and an explicit function is 3.894 m and 3.899 m, respectively.

Keywords: wheeled vehicle, trajectory, entrance into the turn, radius of curvature, coordinate, approximating function

For citation: Belyaev A.N., Shatsky V.P., Trishina T.V., Novikov A.E., Vysotskaya I.A. Methodology for determining theoretical trajectory of a wheeled vehicle. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Vestnik of Voronezh State Agrarian University*. 2023;16(1):90-97. (In Russ.). https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2023_1_90-97.

Введение

С увеличением скоростей движения колесных машин проблема повышения их устойчивости становится все более актуальной [10]. Для оценки устойчивости в настоящее время используют многие критерии [5, 8, 9], основывающиеся на различных показателях, определение которых, как правило, требует проведения многочисленных и дорогостоящих натурных испытаний, к тому же некоторые из них, по нашему мнению, не в полной мере отражают реальную картину функционирования колесной машины, особенно при движении по криволинейной траектории – одном из сложных и опасных режимов эксплуатации.

Проведенный анализ показал, что наиболее достоверную оценку при этом можно получить в результате сравнения теоретической и действительной траекторий движения характерных точек машины, выявляющего степень отклонения ее от заданной траектории и позволяющего учесть множество факторов, вызывающих боковой увод шин и скольжение колес по опорной поверхности [1, 2]. Так как для этого необходимо определение теоретической траектории, то целью настоящей работы является разработка и обоснование методики ее расчета для основных этапов поворота: «вход в поворот» и «установившийся поворот».

Методика исследования

Исходя из правильности поворота [5, 8, 9] мгновенный теоретический радиус кривизны траектории кинематического центра колесной машины, за который принята середина заднего моста – точка A (рис. 1), определяется из уравнения [4]

$$R = R(t) = \left| \frac{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}{x\dot{y} - y\dot{x}} \right|, \quad (1)$$

где $x = x(t)$, $y = y(t)$ – координаты траектории, описываемой точкой D , м;
 t – время движения машины, с.

При этом скорость поступательного движения и перемещение машины соответственно будут определяться по следующим уравнениям [3]:

$$v = \frac{dS}{dt}$$

и

$$dS = \sqrt{dx^2 + dy^2},$$

из которых следует, что

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2,$$

где $\dot{x} = v \cos \psi$ и $\dot{y} = v \sin \psi$ – проекции скорости v на оси координат (рис. 1).

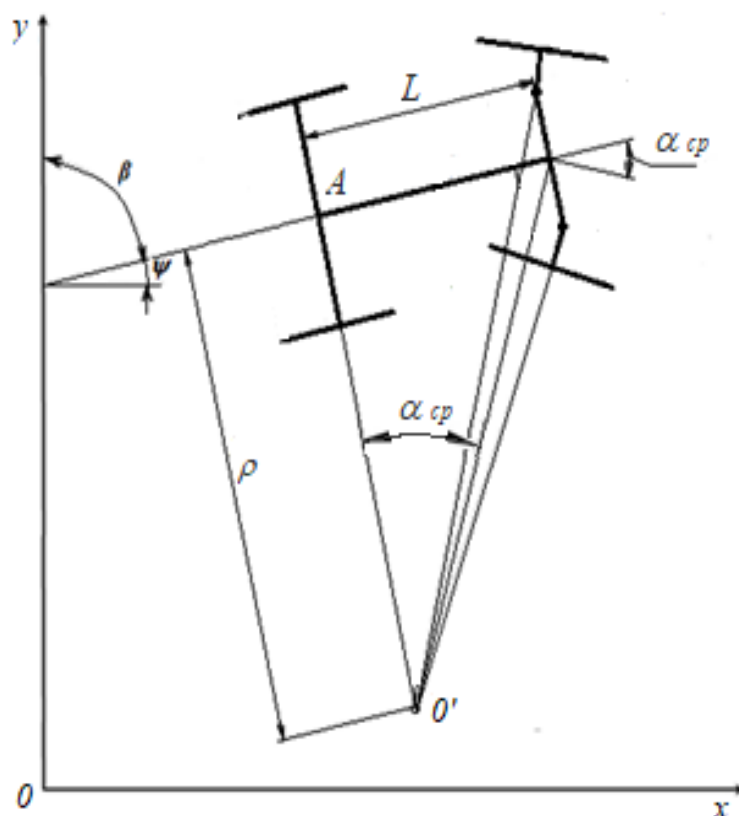


Рис. 1. Расчетная кинематическая схема криволинейного движения двухосной колесной машины

Уравнения, описывающие равномерное движение машины, будут иметь следующий вид [3, 4]:

$$x(t) = v \int_0^t \cos \psi d\tau + C_1, \quad (2)$$

$$y(t) = v \int_0^t \sin \psi d\tau + C_2, \quad (3)$$

где $\psi = \psi(t)$ – угол между продольной осью машины и осью координат x .

Так как в начальный момент времени (при $t = 0$) при переходе с прямолинейного на криволинейное движение кинематический центр машины находится в начале координат, а радиус кривизны равен бесконечности – расположен на оси x , то при этом [3, 4]

$$x = x_0 = 0; \quad y = y_0 = 0; \quad R = R_0 = \infty; \quad \psi = \psi_0 = 90^\circ.$$

С учетом первых двух условий ($x_0 = 0$ и $y_0 = 0$) из уравнений (2) и (3) получаем постоянные интегрирования $C_1 = 0$ и $C_2 = 0$. Тогда

$$x(t) = v \int_0^t \cos \psi d\tau;$$

$$y(t) = v \int_0^t \sin \psi d\tau.$$

Так как угол между продольной осью трактора и осью координат y – курсовой угол движения (рис. 1) равен

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \psi,$$

то выражения (2) и (3) принимают следующий вид:

$$x(t) = v \int_0^t \sin \beta d\tau; \quad (4)$$

$$y(t) = v \int_0^t \cos \beta d\tau. \quad (5)$$

Уравнения (4) и (5) есть общее решение изучаемого процесса криволинейного движения машины, соответствующее траектории кинематического центра [3].

Так как

$$dS = R d\beta,$$

то

$$\frac{dS}{dt} = R \frac{d\beta}{dt} = v$$

и

$$v \frac{dt}{R} = d\beta.$$

Интегрирование последнего равенства дает выражение

$$v \int_0^t \frac{d\tau}{R} = \beta + C_3,$$

где при начальных условиях $t = 0$ и $\beta = 0$, постоянная интегрирования $C_3 = 0$ [3, 4]. При этом формула для определения курсового угла примет окончательный вид:

$$\beta = v \int_0^t \frac{d\tau}{R}. \quad (6)$$

Допустим, что независимо от скорости поступательного движения машины управляющее воздействие на передние колеса через рулевой механизм водитель передает с постоянной угловой скоростью ω , тогда их поворот на угол α_{cp} за время t [2]

$$\alpha_{cp} = \alpha = \omega t. \quad (7)$$

Так как в соответствии с рисунком 1 [5, 8, 9]

$$R = \frac{L}{tg\alpha_{cp}}, \quad (8)$$

где L – продольная база машины, м, то с учетом выражений (6), (7) и (8) окончательно параметрические уравнения движения кинематического центра машины (4) и (5) для участка входа в поворот будут следующего вида:

$$x(t) = v \int_0^t \sin \left(v \int_0^{t_1} \frac{tg(\omega\tau)}{L} d\tau \right) dt_1; \quad (9)$$

$$y(t) = v \int_0^t \cos \left(v \int_0^{t_1} \frac{tg(\omega\tau)}{L} d\tau \right) dt_1. \quad (10)$$

Внутренний интеграл в выражениях (9) и (10) может быть вычислен непосредственно по следующей формуле [4]

$$- \frac{\ln(\cos(\omega t_1))}{L\omega}.$$

Тогда после преобразований формулы (9) и (10) примут вид:

$$x(t) = v \int_0^t - \sin \left(\frac{v \ln(\cos(\omega t_1))}{L\omega} \right) dt_1; \quad (11)$$

$$y(t) = v \int_0^t \cos \left(\frac{v \ln(\cos(\omega t_1))}{L\omega} \right) dt_1. \quad (12)$$

Первые производные по времени от координат (11) и (12) определяются по следующим формулам:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = -v \sin \left(\frac{v \ln(\cos(\omega t))}{L\omega} \right);$$

$$\frac{dy}{dt} = \dot{y} = v \cos \left(\frac{v \ln(\cos(\omega t))}{L\omega} \right);$$

а вторые –

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = \frac{v^2 \cos \left(\frac{v \ln(\cos(\omega t))}{L\omega} \right) \sin(\omega t)}{L \cos(\omega t)};$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} = \frac{v^2 \sin \left(\frac{v \ln(\cos(\omega t))}{L\omega} \right) \sin(\omega t)}{L \cos(\omega t)}.$$

Так как из формулы (8) текущий радиус кривизны траектории

$$\rho(t) = Lctg\omega t, \quad (13)$$

а полное время входа в поворот, согласно (7),

$$T = \alpha_{max}/\omega,$$

то радиус кривизны в момент времени T

$$R = Lctg\alpha_{max}. \quad (14)$$

Исходя из этих соотношений, координата x_Q (рис. 2) окончания входа в поворот определяется по формуле

$$x_0 = x(T).$$

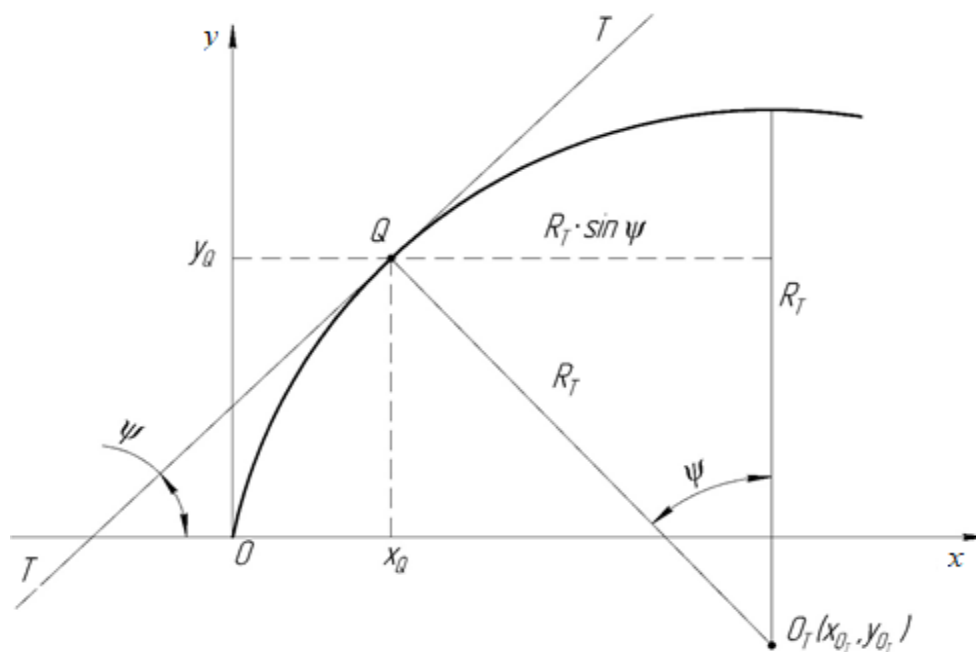


Рис. 2. «Склейка» участков траектории криволинейного движения

По формулам (11) и (12) вычисляем массив данных для получения явной аппроксимирующей функции траектории движения при входе в поворот $y = f(x)$. Вид этой функции должен согласовываться со значениями радиуса кривизны в точке x_0 , определенного по формулам (1) и (13).

Дальнейшее движение при постоянном угле поворота колес продолжается на участке установившегося поворота по окружности радиуса R_T . В связи с этим строим сопряженную с кривой траектории входа в поворот $y = f(x)$ окружность этого радиуса из условий их непрерывности и гладкости [4, 7]

$$(x - x_{O_T})^2 + (y - y_{O_T})^2 = R_T^2, \quad (15)$$

удовлетворяющую условиям

$$y(x_Q) = f(x_Q); \quad \frac{dy(x_Q)}{dx} = \frac{df(x_Q)}{dx}. \quad (16)$$

Затем составляется кусочно-гладкая функция $y(x)$ вида

$$y(x) = \begin{cases} f(x), & x \leq x_Q \\ R_T^2 / (x - x_{O_T}), & x > x_Q \end{cases}$$

Полученная функция представляет собой теоретическую траекторию движения машины до ее максимальной ординаты.

Так как тангенс угла ψ наклона касательной $T-T$ к траектории в точке Q равен производной функции $y = p(v)x^q$ в точке x_Q (рис. 2) [4, 7]

$$\operatorname{tg}\psi = p(v)q \cdot x_Q^{q-1},$$

то

$$\sin \psi = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\psi}} = \frac{p(v)q \cdot x_Q^{q-1}}{\sqrt{1+(p(v)q \cdot x_Q^{q-1})^2}},$$

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\psi}} = \frac{1}{\sqrt{1+(p(v)q \cdot x_Q^{q-1})^2}}.$$

Как следует из рисунка 2, координата центра O_T окружности радиуса R_T по оси x на участке установившегося движения

$$x_{O_T} = x_Q + R_T \sin \psi. \quad (17)$$

Так как окружность проходит через точку $Q(x_Q, y_Q)$, определяем координату центра O_T окружности радиуса R_T по оси y на участке установившегося движения из общего уравнения окружности (15) по формуле

$$y_{O_T} = y_Q - \sqrt{R_T^2 - (x_Q - x_{O_T})^2} = y_Q - \sqrt{R_T^2 - R_T^2 \sin^2 \psi} = y_Q - R \cos \psi. \quad (18)$$

Результаты и их обсуждение

Рассмотрим описанный алгоритм для конкретных числовых значений конструктивных и эксплуатационных параметров колесной машины.

При $v = 2,556$ м/с, $\omega = 0,155$ 1/с, $L = 2,78$ м, $\alpha_{max} = 0,62$ – время движения до окончания входа в поворот $T = 4$ с. Теоретический радиус кривизны, определенный по формулам (1) и (14), равен в этом случае $R = 3,894$ м.

Явная функция, аппроксимирующая теоретические координаты движения (1) и (12), в данном случае принимает вид [6]

$$\gamma(x) = 6,445x^{0,33} - 0,0848x^{1,932}. \quad (19)$$

Радиус кривизны траектории, определенной функцией $y(x)$ (19), с учетом того, что [4, 7]

$$\rho(x) = \frac{(1 + y_x'^2)^{1,5}}{|y_x''|}$$

может быть вычислен по формуле

$$\rho(x) = - \frac{\left(1 + \left(\frac{2,128}{x^{0,67}} - 0,164x^{0,932}\right)^2\right)^{1,5}}{\frac{1,425}{x^{1,67}} - \frac{0,153}{x^{0,068}}}. \quad (20)$$

Значение радиуса кривизны в точке окончания входа в поворот, вычисленное по формуле (20), равно $\rho(x_Q) = 3,899$ м, что практически совпадает с теоретическим радиусом кривизны $R = 3,894$ м, определенным по формулам (1), (14).

На рисунке 3 представлены график функции (19) и координаты точек входа в поворот, определенные по формулам (11) и (12).

Как видно на рисунке 3, наблюдается полное соответствие аппроксимирующей функции координатам точек.

Склейка функции (16) и окружности радиуса R_T (15) дает функцию

$$\gamma(x) = \begin{cases} 6,445x^{0,33} - 0,085x^{1,932}, & x < 3,643, \\ 5,168 + \sqrt{15,163 - (x - 4,924)^2}, & x > 3,643 \end{cases}$$

график которой представлен на рисунке 4.

Центр сопряженной окружности (17), (18) определился из условий склейки (16) $x_{O_T} = 4,924$ м, $y_{O_T} = 5,168$ м (рис. 2).

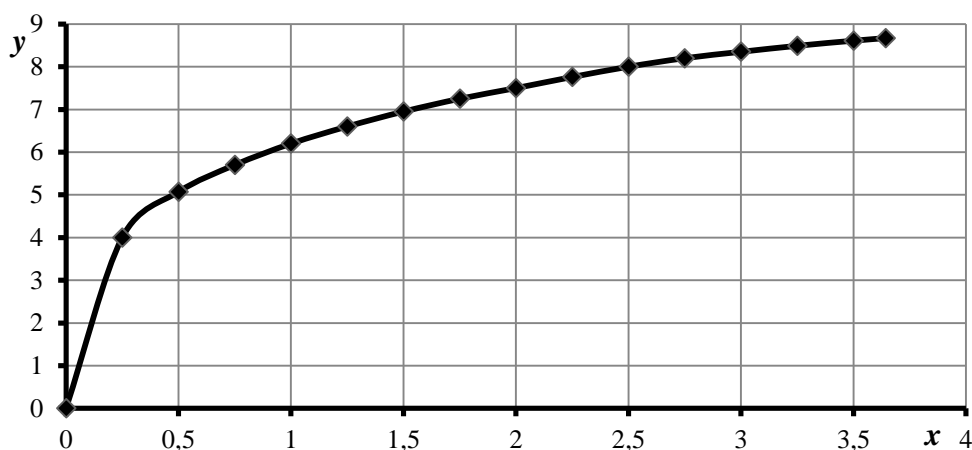


Рис. 3. График теоретической функции $y(x)$ и координаты точек $x(t)$ и $y(t)$ кривой траектории входа в поворот

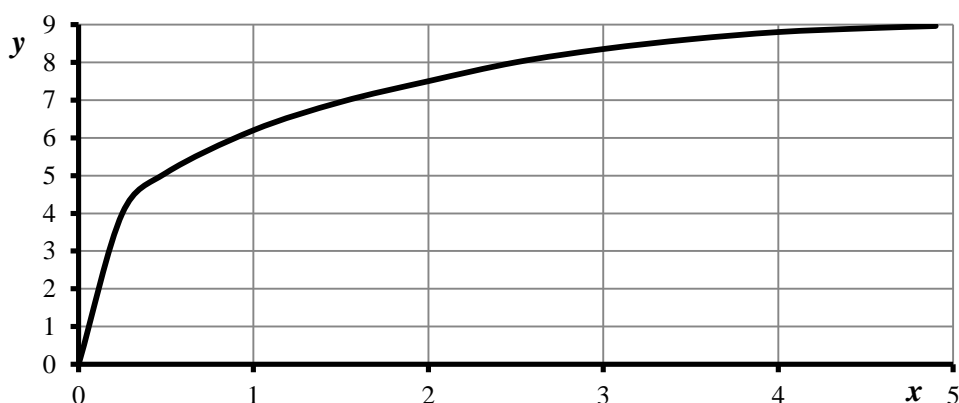


Рис. 4. График теоретической функции $y(x)$ кривой траектории входа в поворот и установившегося поворота

Выводы

1. Полученные в параметрической форме уравнения для определения текущих координат криволинейной траектории движения кинематического центра колесной машины при входе в поворот позволили провести расчет их величин, методом нелинейной аппроксимации массива которых выбрана функция явного вида.

2. Исходя из условий непрерывности и гладкости, проведена «склейка» функции явного вида кривой траектории входа в поворот и окружности постоянного радиуса — траектории установившегося поворота и выбрана функция теоретической траектории движения машины до ее максимальной ординаты.

3. Сравнение результатов расчетов с использованием функций параметрического и явного видов показало достаточную сходимость результатов.

Список источников

1. Беляев А.Н., Афоничев Д.Н., Тришина Т.В. Оценка параметров клотоидной траектории входа в поворот колесной машины // Наука в Центральной России. 2022. № 2(56). С. 30–37. DOI: 10.35887/2305-2538-2022-2-30-37.
2. Беляев А.Н. Повышение эффективности работы машинно-тракторных агрегатов на базе интегральных универсально-пропашных колесных тракторов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.20.01. Мичуринск-наукоград, 2019. 440 с.
3. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика: учебник для студентов учреждений высшего проф. образования. Москва: Издательский центр «Академия», 2010. 432 с.
4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. Москва: Наука, 1961. 871 с.
5. Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др. Тракторы: теория: учебник для вузов по специальности «Автомобили и тракторы». Москва: Машиностроение, 1988. 374 с.
6. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. Москва: ДМК-Пресс, 2011. 800 с.
7. Дьяконов В.П. Энциклопедия компьютерной алгебры. Москва: ДМК-Пресс, 2009. 1264 с.

8. Скотников В.А., Машенский А.А., Солонский А.С. Основа теории и расчет трактора и автомобиля. Москва: Агропромиздат, 1986. 383 с.
9. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. 2-е изд., доп. и перераб. Москва: Машиностроение, 1990. 352 с.
10. Трояновская И.П. Механика криволинейного движения тракторных агрегатов: монография. Челябинск: Издательство Челябинского ГАУ. 2009. 152 с.

References

1. Belyaev A.N., Afonichev D.N., Trishina T.V. Estimation of the parameters of the clotoid trajectory of the entrance into the turn of a wheeled vehicle. *Nauka v Tsentralnoj Rossii = Science in the Central Russia*. 2022;2(56):30-37. DOI: 10.35887/2305-2538-2022-2-30-37. (In Russ.).
2. Belyaev A.N. Povyshenie effektivnosti raboty mashinno-traktornykh agregatov na baze integral'nykh universal'no-propashnykh kolesnykh traktorov [Improving the efficiency of machine-tractor units based on integral universal row-crop wheeled tractors]: dissertatsiya ... doctora tekhnicheskikh nauk = Doctoral Dissertation in Engineering Sciences: 05.20.01. Michurinsk-naukograd; 2019. 440 p. (In Russ.).
3. Bolotin S.V., Karapetyan A.V., Kugushev E.I., Treshchev D.V. Teoreticheskaya mekhanika: uchebnik dlya studentov uchrezhdenij vysshego professional'nogo obrazovaniya [Theoretical mechanics: textbook for students of institutions of higher professional education]. Moscow: Akademiya Press; 2010. 432 p. (In Russ.).
4. Vygodsky M.Ya. Spravochnik po vysshej matematike [Handbook of Higher Mathematics]. Moscow: Nauka Press; 1961. 871 p. (In Russ.).
5. Guskov V.V., Velev N.N., Atamanov Yu.E. et al. Traktory. Teoriya: uchebnik dlya vuzov po special'nosti "Avtomobili i traktory" [Tractors. Theory: textbook for universities in the specialty "Cars and tractors"]. Moscow: Mashinostroenie Press; 1988. 374 p. (In Russ.).
6. Diakonov V.P. Maple 10/11/12/13/14 v matematicheskikh raschetakh [Maple 10/11/12/13/14 in mathematical calculations]. Moscow: DMK-Press; 2011. 800 p. (In Russ.).
7. Diakonov V.P. Entsiklopediya komp'yuternoj algebry [Encyclopedia of computer algebra]. Moscow: DMK-Press; 2009. 1264 p. (In Russ.).
8. Скотников В.А., Машенский А.А., Солонский А.С. Основы теории и расчета трактора и автомобиля [Foundations of the theory and calculation of a tractor and a car]. Moscow: Агропромиздат Press; 1986. 383 p. (In Russ.).
9. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. 2-е издание, доп. и перераб. [Theory of motion of wheeled vehicles. 2nd edition, revised and enlarged]. Moscow: Mashinostroenie Press; 1990. 352 p. (In Russ.).
10. Трояновская И.П. Механика криволинейного движения тракторных агрегатов: монография [Mechanics of curvilinear motion of tractor units: monograph]. Chelyabinsk: Chelyabinsk State Agrarian University Press; 2009. 152 p. (In Russ.).

Информация об авторах

А.Н. Беляев – доктор технических наук, доцент, зав. кафедрой прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», aifkm_belyaev@mail.ru.

В.П. Шацкий – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой математики и физики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», agroeng.vsau.ru.

Т.В. Тришина – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», tata344@rambler.ru.

А.Е. Новиков – ассистент кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», novikov-alexey1@yandex.ru.

И.А. Высоцкая – кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры математики ФГКВБОУ ВО «Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации, i.a.trishina@gmail.com.

Information about the authors

A.N. Belyaev, Doctor of Engineering Sciences, Docent, Head of the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, aifkm_belyaev@mail.ru.

V.P. Shatsky, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Dept. of Mathematics and Physics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, agroeng.vsau.ru.

T.V. Trishina, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, tata344@rambler.ru.

A.E. Novikov, Assistant, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, novikov-alexey1@yandex.ru.

I.A. Vysotskaya, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Lecturer, the Dept. of Mathematics, Military Educational and Scientific Center of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, i.a.trishina@gmail.com.

Статья поступила в редакцию 14.12.2022; одобрена после рецензирования 18.01.2023; принята к публикации 28.01.2023.

The article was submitted 14.12.2022; approved after reviewing 18.01.2023; accepted for publication 28.01.2023.

© Беляев А.Н., Шацкий В.П., Тришина Т.В., Новиков А.Е., Высоцкая И.А., 2023