

4.3.1. ТЕХНОЛОГИИ, МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ  
ДЛЯ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

Научная статья

УДК 629.3.076

DOI: 10.53914/issn2071-2243\_2023\_2\_124

EDN: OHZBKf

**Оценка параметров кривой траектории  
на участке входа в поворот колесной машины**

**Александр Николаевич Беляев<sup>1✉</sup>, Дмитрий Николаевич Афоничев<sup>2</sup>,  
Татьяна Владимировна Тришина<sup>3</sup>, Ирина Алевтиновна Высоцкая<sup>4</sup>**

<sup>1, 2, 3</sup>Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I,  
Воронеж, Россия

<sup>4</sup>Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия  
имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства  
обороны Российской Федерации, Воронеж, Россия

<sup>1</sup>aifkm\_belyaev@mail.ru, aifkm@agroeng.vsau.ru<sup>✉</sup>

**Аннотация.** Проведена теоретическая оценка параметров клотоидной кривой траектории входа в поворот колесной машины с передними управляемыми колесами при постоянных конструктивных параметрах (продольной базе  $L$ , расстоянии между осями шкворней переднего моста  $B$ , максимальном среднем угле поворота управляемых колес  $\alpha_{\max}$ ) и изменяемых эксплуатационных характеристиках (поступательной скорости движения машины  $v$  и угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega$ ). В результате расчетов выявлено, что при постоянной поступательной скорости движения и увеличении угловой скорости поворота колес длина траектории входа в поворот уменьшается, а при возрастании скорости движения и неизменной угловой скорости – увеличивается, но при этом сокращается продолжительность маневра поворота. Таким образом, с целью сохранения устойчивости и управляемости машины вход в поворот необходимо совершать при максимально возможных значениях анализируемых параметров. Установлено, что угловая скорость поворота управляемых колес при совершении маневра входа в поворот линейно зависит от скорости поступательного движения машины, а также от длины кривой входа в поворот, радиуса поворота и параметра кривой траектории входа в поворот, при этом скорость поступательного движения машины обосновывается в зависимости от радиуса поворота. Вход в поворот колесной машины с постоянной угловой скоростью поворота управляемых колес при малых радиусах маневра осуществляется по траектории, имеющей переменный параметр, представляющий собой произведение радиуса траектории на пройденное расстояние от начала движения. Параметр кривой траектории входа в поворот больше параметра клотоиды, установленного для данного участка траектории. В дорожных условиях при радиусах круговых кривых 30 м и более вход в поворот колесной машины осуществляется по клотоиде с постоянной угловой скоростью поворота управляемых колес, определяемой в зависимости от скорости поступательного движения машины и параметра клотоиды.

**Ключевые слова:** колесная машина, передние управляемые колеса, траектория, вход в поворот, клотоида, скорость, ускорение

**Для цитирования:** Беляев А.Н., Афоничев Д.А., Тришина Т.В., Высоцкая И.А. Оценка параметров кривой траектории на участке входа в поворот колесной машины // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2023. Т. 16, № 2(77). С. 124–135. [https://doi.org/10.53914/issn2071-2243\\_2023\\_2\\_124-135](https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2023_2_124-135).

4.3.1. TECHNOLOGIES, MACHINERY AND EQUIPMENT  
FOR AGRO-INDUSTRIAL COMPLEX (ENGINEERING SCIENCES)

Original article

**Estimation of the curved trajectory parameters  
at coming into corner of a wheeled vehicle**

**Aleksandr N. Belyaev<sup>1✉</sup>, Dmitry N. Afonichev<sup>2</sup>, Tatiana V. Trishina<sup>3</sup>, Irina A. Vysotskaya<sup>4</sup>**

<sup>1, 2, 3</sup>Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Voronezh, Russia

<sup>4</sup>Military Educational and Scientific Center of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, Voronezh, Russia

<sup>1</sup>aifkm\_belyaev@mail.ru, aifkm@agroeng.vsau.ru<sup>✉</sup>

**Abstract.** The authors presented the findings of analysis of the clothoid parameters of the curved trajectory at coming into corner of a wheeled vehicle with front steering wheels with such constant design parameters as longitudinal base  $L$ , distance between steering axes of the front axle  $B$ , maximum average angle of turning rate of steering wheels  $\alpha_{\max}$ , and such variable performance characteristics as vehicle translational velocity  $v$  and rate of

angular motion of steering wheels  $\omega$ . As a result of calculations, it was revealed that with constant vehicle translational velocity and an increased rate of angular motion of steering wheels, the length of the trajectory at coming into corner decreases, and with an increase in the speed of motion and constant rate of angular motion, it increases, but at the same time the duration of the maneuver decreases. Thus, in order to preserve the stability and controllability of the machine, it is necessary to obtain the maximum possible values of the analyzed parameters at coming into corner. The authors defined that rate of angular motion of steering wheels during the maneuver at coming into corner linearly depends on the vehicle translational velocity, as well as on the length of the curved trajectory at coming into corner, as well as on the radius of turning and the parameter of the curved trajectory at coming into corner, while vehicle translational velocity is justified depending on the radius of turning. Vehicle coming into corner at constant rate of angular motion of steering wheels and small maneuver radii should be performed along a trajectory with variable parameter describing itself as a product of the radius of the trajectory by the distance traveled from the beginning of the motion. The parameter of the curved trajectory at coming into corner is greater than the clothoid parameter calculated for this phase of the trajectory. In road conditions with radii of circular curves of 30 m or more, coming into corner of a wheeled vehicle is performed by a clothoid with constant rate of angular motion of steering wheels, determined depending on vehicle translational velocity and the clothoid parameter.

**Keywords:** wheeled vehicle, front steering wheels, curved trajectory, coming into corner, clothoid, speed, acceleration

**For citation:** Belyaev A.N., Afonichev D.N., Trishina T.V., Vysotskaya I.A. Estimation of the curved trajectory parameters at coming into corner of a wheeled vehicle. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Vestnik of Voronezh State Agrarian University*. 2023;16(2):124-135. (In Russ.). [https://doi.org/10.53914/issn2071-2243\\_2023\\_2\\_124-135](https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2023_2_124-135).

## Введение

Результаты проведенного авторами анализа значительного массива как теоретических, так и экспериментальных исследований, посвященных изучению криволинейного движения колесной машины, свидетельствуют о том, что большинство из них выполнялись при движении на поворотах, имеющих сравнительно большие радиусы, на малых скоростях или для отдельного колесного трактора на транспортных работах. Что касается выявления влияния конструктивных и эксплуатационных факторов на устойчивость движения колесных машин на поворотах с малыми радиусами в условиях реальной эксплуатации, в том числе при неустановившемся режиме поворота на самом динамически нагруженном участке – входа в поворот, то такие исследования практически отсутствуют. При этом доказано, что основным критерием качества статических показателей криволинейного движения колесной машины является именно минимальный теоретический радиус поворота [1, 2, 13, 15].

Оценка управляемости и устойчивости колесной машины при криволинейном движении, в том числе при входе в поворот, выполняется по результатам проведения испытаний согласно ГОСТ Р 31507-2012 [5]. При этом определяют предельную скорость движения на поворотах постоянного радиуса дороги с высоким коэффициентом сцепления в момент потери управляемости, вызванной опрокидыванием или заносом, когда автомобиль не вписывается в заданную траекторию движения.

Вход в поворот совершают на горизонтальной площадке с твердым, ровным, сухим и чистым покрытием. Радиус поворота устанавливают равным 25 м. Перед участком входа в поворот наносят две линии прямолинейного коридора и переходную кривую, по которой автомобиль входит в движение по круговой кривой. Водитель последовательно от повторности к повторности опыта увеличивает скорость движения до предельной, при которой происходит потеря управляемости, а затем выполняет 5–6 зачетных заездов с предельной скоростью. Оценочным параметром является среднее значение предельной скорости по всем зачетным заездам [5].

Для сельскохозяйственных колесных тракторов стандартом вообще не установлены подобного рода исследования. ГОСТ Р 51960-2002 [6] лишь определил в качестве критерия для оценки их управляемости усилие на органе рулевого управления при движении по размеченной траектории с определенными геометрическими характеристиками, имеющей протяженность, равную пути, проходимому трактором за 5 или 8 с

в зависимости от технического состояния системы рулевого управления по площадке с твердым покрытием со скоростью  $10 \pm 1$  км/ч.

В своем диссертационном исследовании, выполненном на соискание ученой степени доктора технических наук, А.Н. Беляевым обоснована и предложена методика экспериментальных исследований поворачиваемости колесного трактора сельскохозяйственного назначения и машинно-тракторного агрегата на его базе в условиях реальной эксплуатации [2], в основу которой положена схема кругового беспетлевого поворота, включающая три характерных участка: «вход в поворот», «установившийся поворот», «выход из поворота» [9]. Из трех указанных этапов поворота лишь второму посвящено весьма незначительное число экспериментальных и теоретических научных исследований.

В представленной работе проведен теоретический расчет и анализ криволинейной траектории движения колесной машины при входе в поворот, которая во многом определяет степень качества выполняемого технологического процесса, комфорта и безопасности движения.

#### Методика исследования

Для анализа и расчета траектории входа в поворот машины с передними управляемыми колесами использованы аналитические выражения параметрического вида [1, 2, 4, 8] в декартовых координатах (рис. 1).

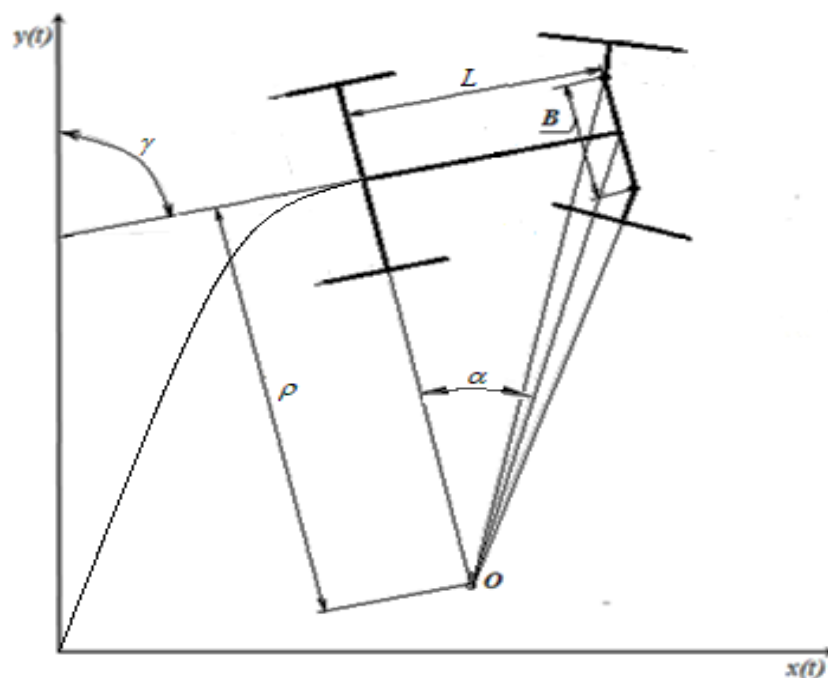


Рис. 1. Расчетная схема двухосной колесной машины

Определены координаты середины заднего моста  $x(t)$  и  $y(t)$  (рис. 2 и 3), принятой за кинематический центр, где постоянными являются следующие конструктивные параметры [3]:

- продольная база машины  $L = 2,6$  м;
- расстояние между осями шкворней переднего моста  $B = 1,8$  м;
- максимальный средний угол поворота передних управляемых колес машины

$$\alpha_{\max} = 28,3^\circ.$$

В качестве переменных приняты такие эксплуатационные параметры, как:

- скорость поступательного движения машины  $v$ ;
- угловая скорость поворота управляемых колес  $\omega$ .

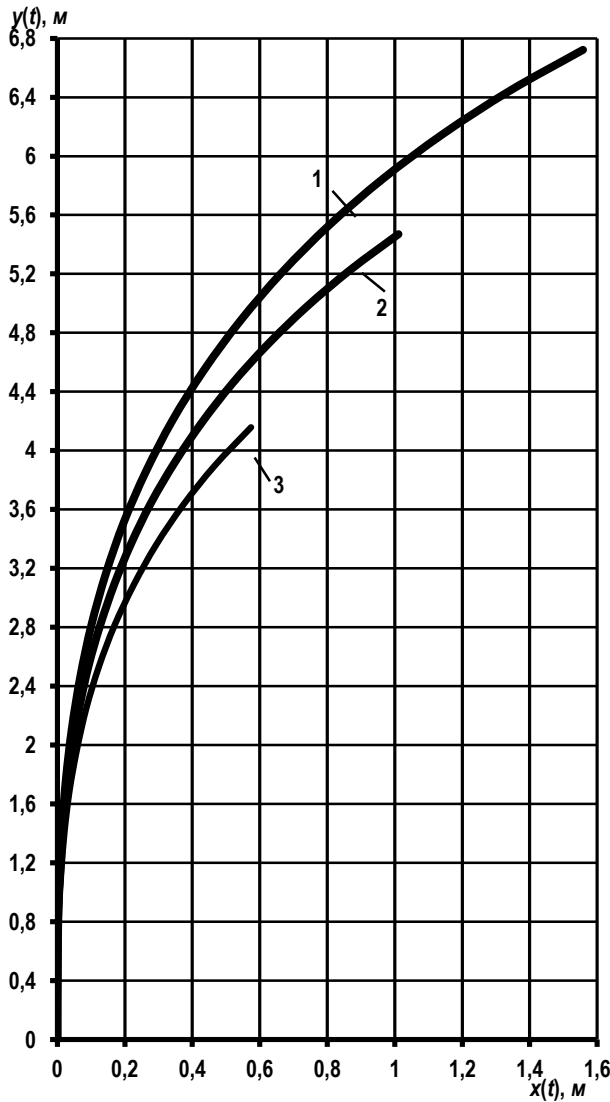


Рис 2. Клотоидные кривые траекторий входа в поворот при  $v = 1,41 \text{ м/с}$ :  
 1 –  $\omega = 0,0987 \text{ с}^{-1}$ ;  
 2 –  $\omega = 0,124 \text{ с}^{-1}$ ; 3 –  $\omega = 0,165 \text{ с}^{-1}$

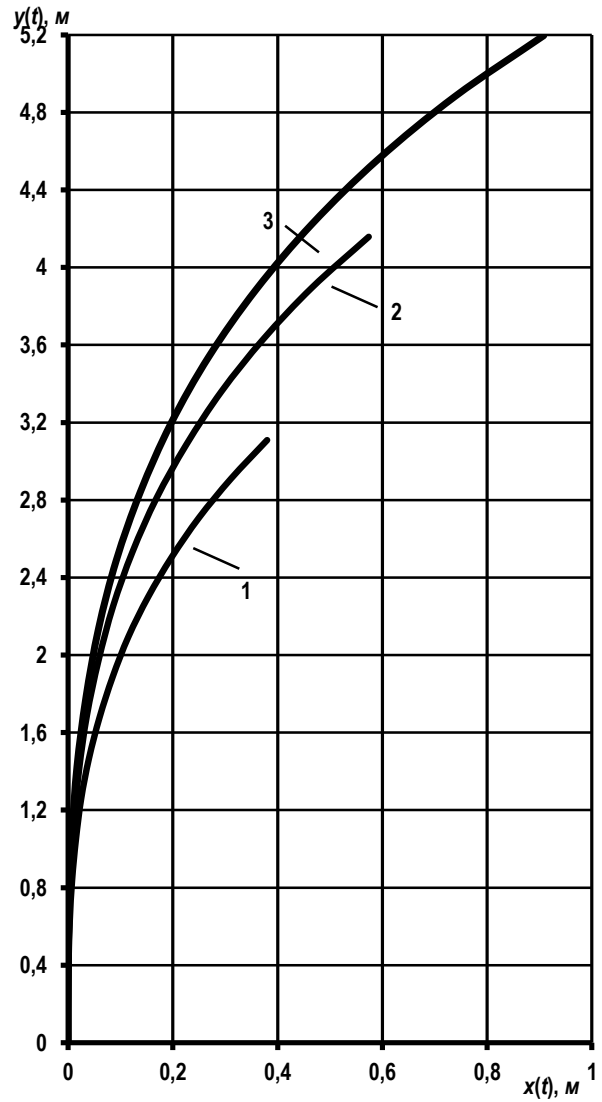


Рис 3. Клотоидные кривые траекторий входа в поворот при  $\omega = 0,165 \text{ с}^{-1}$ :  
 1 –  $v = 1,05 \text{ м/с}$ ;  
 2 –  $v = 1,41 \text{ м/с}$ ; 3 –  $v = 1,78 \text{ м/с}$

При постоянной скорости поступательного движения колесной машины  $v$  увеличение угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega$  обеспечивает сокращение длины кривой траектории входа в поворот  $l_K$  и соответственно продолжительности маневра  $t_M$  (рис. 2). Увеличение скорости поступательного движения машины  $v$  при неизменной угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega$  способствует возрастанию длины кривой траектории входа в поворот  $l_K$  (рис. 3).

Кривые траекторий, описываемые каждой точкой колесной машины при входе в поворот, в том числе и серединой заднего моста, при равномерном повороте управляемых колес представляют собой эквидистантные друг другу клотоиды [1, 11]. Клотоида – это кривая с уменьшающимся радиусом кривизны от бесконечности до радиуса круговой кривой, уравнение которой имеет следующий вид [11]:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{l}{C}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – текущий радиус кривизны клотоиды, м;  
 $l$  – расстояние от начала клотоиды до рассматриваемой точки, м;  
 $C$  – параметр кривой клотоиды,  $\text{м}^2$ .

При входе в поворот по клотоиде машина совершает поворот на угол  $\gamma$ , определяемый по следующему уравнению [10]:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{\frac{l_K}{2R} \left( 1 - \frac{l_K^2}{24R^2} \right)}{1 - \frac{l_K^2}{8R^2}}, \quad (2)$$

где  $R$  – радиус установившегося поворота по круговой кривой, м.

Из формулы (2) следует, что чем длиннее кривая траектории входа в поворот  $l_K$ , тем больше угол  $\gamma$  и соответственно короче поворот, установившийся по круговой кривой. Например, если рассматривать поворот на  $90^\circ$  ( $\pi/2$ ), то поворот по круговой кривой составит  $\pi/2 - \gamma$ .

### Результаты и их обсуждение

В таблице 1 приведены значения некоторых показателей маневра при постоянной угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega = 0,165 \text{ с}^{-1}$  и при скоростях поступательного движения машины 1,05 м/с, 1,41 и 1,78 м/с.

**Таблица 1. Значения показателей маневра при постоянной угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega = 0,165 \text{ с}^{-1}$**

Показатели маневра	Скорость поступательного движения машины, м/с		
	1,05	1,41	1,78
Радиус поворота, м	4,83	4,83	4,83
Длина траектории кривой входа в поворот, м	3,15	4,23	5,34
Поворот в пределах кривой входа, рад.	0,326208	0,438413	0,55446
Поворот в пределах кривой входа, град.	18,7	25,1	31,8
Сокращение длины круговой кривой, м	1,58	2,12	2,68
Общая длина траектории кривой при повороте на $90^\circ$ , м	5,36	5,90	6,45
Продолжительность маневра поворота на $90^\circ$ , с	5,1	4,2	3,6

Из таблицы 1 видно, что увеличение скорости поступательного движения машины обеспечивает увеличение длины траектории кривой, но при этом продолжительность маневра поворота сокращается.

Таким образом, основываясь на результатах анализа данных, представленных на рисунках 2 и 3 и в таблице 1, можно утверждать, что маневр входа в поворот следует совершать при максимально возможных скорости поступательного движения машины и угловой скорости поворота управляемых колес. Это обеспечивает наиболее короткий маневр.

Выбор необходимого вида клотоиды зависит от конкретных условий работы, от типа колесной машины, а установление наилучшей, с точки зрения условий движения колесной машины, геометрии участка входа в поворот заключается в решении следующих комплексных задач [7, 12, 13, 14]:

1) закон изменения кривизны клотоиды должен соответствовать физическим параметрам движения, в том числе и с переменной скоростью;

2) положение передних управляемых колес относительно продольной оси машины должно регулироваться плавно вращением рулевого колеса;

3) центробежное ускорение должно изменяться постепенно в соответствии с увеличением или уменьшением кривизны;

4) физические параметры движения машины должны соответствовать переменным скоростям при замедлении и ускорении.

Скорость поступательного движения машины ограничивается действующими сопротивлениями движению, а также требованиями по обеспечению устойчивости против опрокидывания и заноса [10], следовательно, зависит от радиуса поворота  $R$ , причем чем меньше радиус поворота, тем ниже будет скорость поступательного движения машины [15].

Угловая скорость поворота управляемых колес  $\omega$  определяется требованием к клотоиде, которое выражается ограничением нарастания центробежного ускорения  $j_{доп}$  при уменьшении радиуса кривизны  $\rho$ .

Значение параметра  $C$  клотоиды должно быть не менее, чем рассчитанное по следующей формуле [10]:

$$C = \frac{v^3}{j_{доп}}. \quad (3)$$

Так как согласно (1)  $C = \rho l = R l_k$ , то, зная параметры клотоиды  $C$  и радиус поворота  $R$ , можно с учетом зависимости (3) определить необходимую длину переходной кривой (кривой входа в поворот)  $l_k = C / R$ .

В таблице 2 приведены значения параметров кривых траекторий входа в поворот при различных значениях скорости поступательного движения машины с продольной базой  $L = 2,6$  м.

Таблица 2. Параметры кривых траекторий входа в поворот

Скорость поступательного движения машины $v$ , м/с	Радиус поворота $R$ , м	Длина кривой траектории входа в поворот $l_k$ , м	Параметр кривой $C$ , м <sup>2</sup>	Нарастание центробежного ускорения $j = v^3 / C$ , м/с <sup>3</sup>	Продолжительность маневра входа в поворот $t_m = l_k / v$ , с
1,05	4,83	3,15	15,21	0,076	3,0
1,41	4,83	4,23	20,43	0,137	3,0
1,78	4,83	5,34	25,79	0,219	3,0

Из таблицы 2 видно, что в рассматриваемых вариантах входа в поворот маневр осуществляется с разным нарастанием центробежного ускорения, которое меньше допустимого (согласно [10]  $j_{доп} = 0,3-0,6$  м/с<sup>3</sup>). Соответственно параметры кривых  $C$  разные, а одинаковая продолжительность маневра ( $t_m = 3$  с) указывает на одинаковую для всех вариантов постоянную угловую скорость поворота управляемых колес  $\omega$ .

Из схемы, показанной на рисунке 1, можно определить угол поворота управляемых колес  $\alpha$  как функцию радиуса кривизны траектории  $\rho$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{L}{\rho} \quad \text{или} \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{L}{\rho}. \quad (4)$$

Максимальный угол поворота управляемых колес  $\alpha_{\max}$  будет при установившемся повороте, то есть на круговой кривой

$$\alpha_{\max} = \operatorname{arctg} \frac{L}{R}. \quad (5)$$

Так как параметры  $L$  и  $R$  в нашем случае являются постоянными, то для всех рассматриваемых вариантов  $\alpha_{\max} = 0,494$  рад.

Угловая скорость поворота управляемых колес  $\omega = \alpha_{\max} / t_M = 0,494/3 = 0,165 \text{ с}^{-1}$ .

При определенном значении  $\alpha_{\max}$  и заданной величине угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega$  можно установить продолжительность маневра входа в поворот  $t_M = \alpha_{\max} / \omega$ , от которой линейно зависит длина участка входа в поворот  $l_K = vt_M$ .

Отсюда следует, что параметр кривой траектории  $C$ , зависящий от  $\omega$ , определяется по формуле (6):

$$C = \frac{Rv\alpha_{\max}}{\omega}. \quad (6)$$

Зависимость параметра кривой траектории входа в поворот  $C$  от угловой скорости поворота  $\omega$  управляемых колес наглядно иллюстрирует рисунок 4.

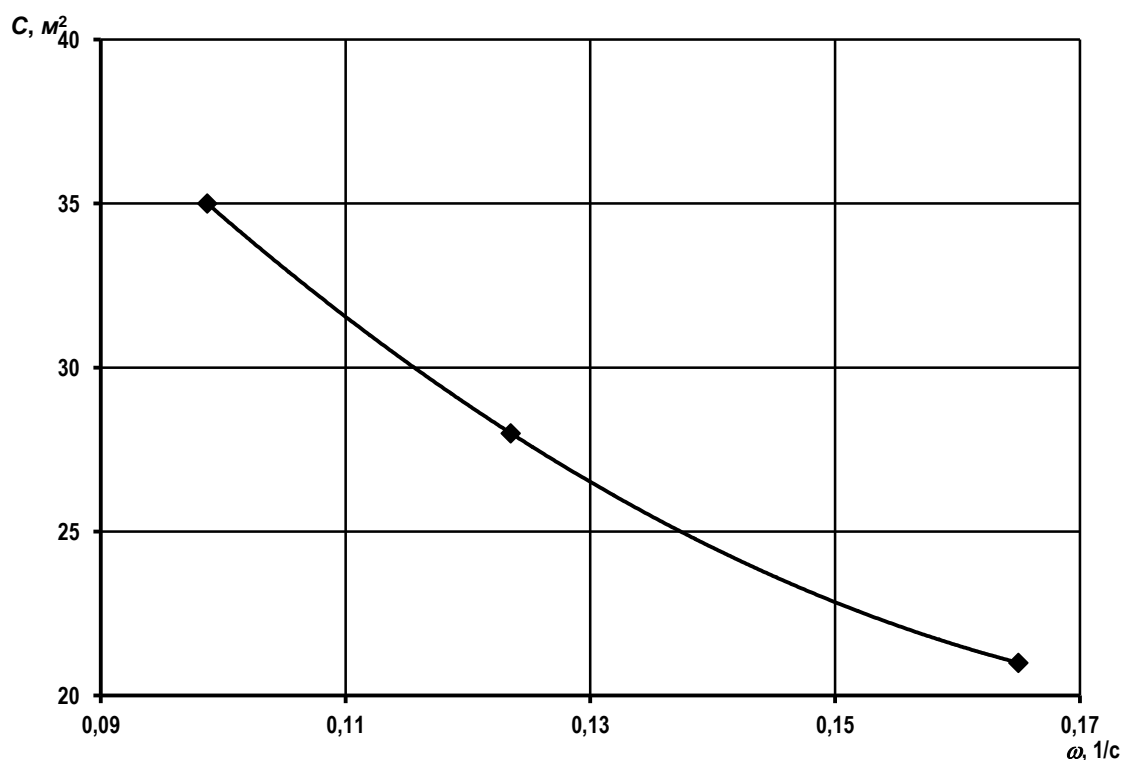


Рис. 4. Зависимость параметра кривой траектории входа в поворот от угловой скорости поворота управляемых колес

Если вход в поворот выполняется с постоянной угловой скоростью поворота управляемых колес, равной  $\omega = \alpha_{\max} / t_M$ , тогда  $\alpha = \omega t$ , а текущий радиус кривизны кло-тоиды будет определяться в соответствии с формулой (4)

$$\rho = L \operatorname{ctg} \omega t. \quad (7)$$

Так как  $t = l / v$ , то формулу (7) можно представить в следующем виде:

$$\rho = L \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{v}. \quad (8)$$

На рисунке 5 показаны графики зависимости радиуса кривой траектории входа в поворот от времени и угловой скорости поворота управляемых колес.

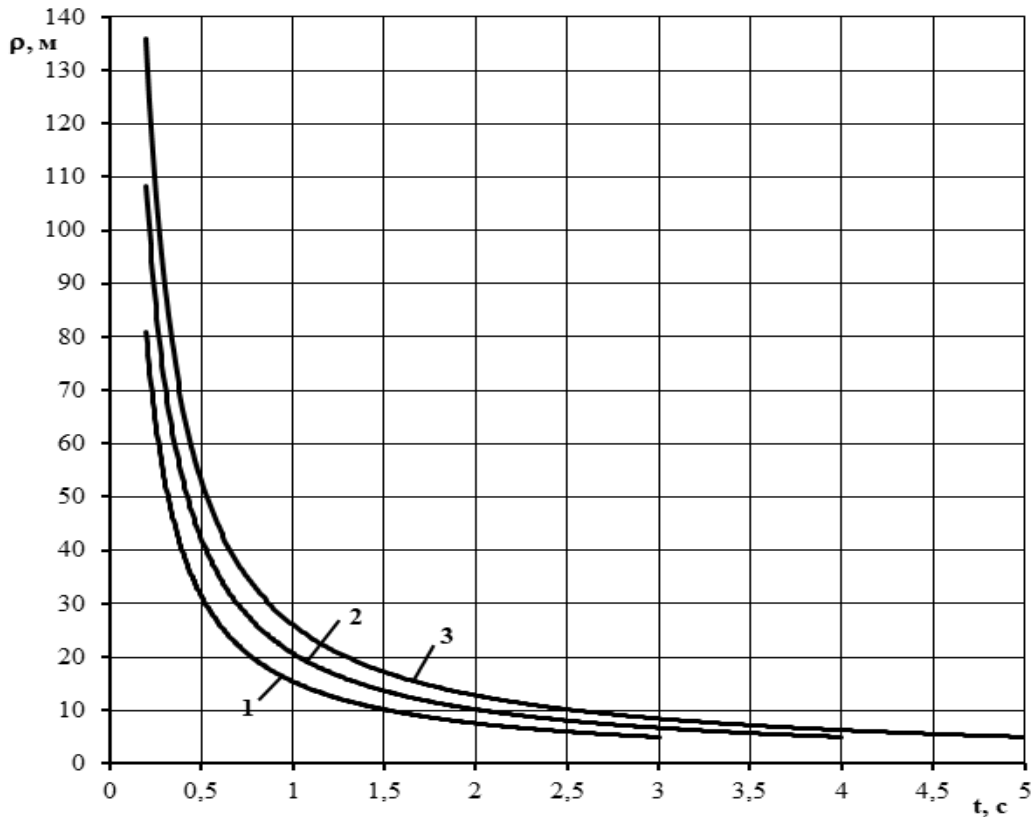


Рис. 5. Графики зависимости радиуса кривой траектории входа в поворот колесной машины от времени при  $v = 1,41 \text{ м/с}$ : 1 –  $\omega = 0,0987 \text{ с}^{-1}$ ; 2 –  $\omega = 0,124 \text{ с}^{-1}$ ; 3 –  $\omega = 0,165 \text{ с}^{-1}$

Принимая во внимание, что  $C = \rho l$ , то с учетом формул (6) и (8)

$$C = Ll \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{v}. \tag{9}$$

При постоянной угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega$  параметр кривой  $C$  не является величиной постоянной, а зависит от положения на кривой, то есть от  $l$ .

В таблице 3 приведены значения параметра кривой  $C$  в зависимости от  $l$  и скорости поступательного движения машины  $v$  при постоянной угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega = 0,165 \text{ с}^{-1}$ .

Таблица 3. Значения параметра кривой  $C$  при постоянной угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega = 0,165 \text{ с}^{-1}$

Положение на кривой $l/l_k$	Параметр кривой $C$ , м <sup>2</sup>		
	$v = 1,05 \text{ м/с};$ $l_k = 3,15 \text{ м}$	$v = 1,41 \text{ м/с};$ $l_k = 4,23 \text{ м}$	$v = 1,78 \text{ м/с};$ $l_k = 5,34 \text{ м}$
0,1	16,53	22,20	28,03
0,2	16,49	22,15	27,96
0,3	16,42	22,05	27,84
0,4	16,33	21,93	27,68
0,5	16,21	21,76	27,47
0,6	16,06	21,56	27,22
0,7	15,88	21,32	26,92
0,8	15,67	21,04	26,57
0,9	15,44	20,73	26,17
1	15,17	20,37	25,72



Из таблицы 3 следует, что при постоянной угловой скорости поворота управляемых колес маневр входа в поворот осуществляется по кривой переменного параметра

$$C = \rho l \neq \text{const}.$$

Наибольшее отклонение от заданного параметра кривой (табл. 2) наблюдается в начале поворота и во всех рассмотренных вариантах может достигать 8,7%.

При постоянной угловой скорости поворота управляемых колес справедливо следующее равенство

$$\frac{l_K}{v} = \frac{\alpha_{\max}}{\omega} = t_M. \quad (10)$$

Из формулы (10) можно найти среднюю угловую скорость поворота управляемых колес

$$\omega = \frac{v\alpha_{\max}}{l_K} = \frac{v}{l_K} \arctg \frac{L}{R}. \quad (11)$$

Если вход в поворот осуществляется по клотоиде при условии  $C = \rho l = \text{const}$ , то угловая скорость поворота управляемых колес  $\omega$  будет изменяться на протяжении участка входа в поворот.

В формуле (4) сделаем замену  $\rho = C / l$  и получим

$$\alpha = \arctg \frac{Ll}{C}. \quad (12)$$

Дифференцирование зависимости (12) позволяет найти угловую скорость поворота управляемых колес (при этом учтено, что  $dl / dt = v$ )

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{CLv}{C^2 + L^2l^2}. \quad (13)$$

В таблице 4 приведены значения угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega$  в зависимости от  $l$  и скорости поступательного движения машины  $v$ .

**Таблица 4. Значения угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega$  в зависимости от  $l$  и скорости поступательного движения машины  $v$**

Положение на кривой $l / l_K$	Значения угловой скорости поворота управляемых колес $\omega$ , $\text{с}^{-1}$		
	$v = 1,05 \text{ м/с};$ $C = 15,21 \text{ м}^2$	$v = 1,41 \text{ м/с};$ $C = 20,43 \text{ м}^2$	$v = 1,78 \text{ м/с};$ $C = 25,79 \text{ м}^2$
0	0,179	0,179	0,179
0,1	0,179	0,179	0,179
0,2	0,177	0,177	0,177
0,3	0,175	0,175	0,175
0,4	0,172	0,171	0,171
0,5	0,167	0,167	0,167
0,6	0,162	0,162	0,162
0,7	0,157	0,157	0,157
0,8	0,151	0,151	0,151
0,9	0,145	0,145	0,145
1	0,139	0,139	0,139

Из таблицы 4 видно, что угловая скорость поворота управляемых колес убывает по длине клотоиды –  $\omega = \alpha_{\max} / t_M$ .

При значениях углов  $\alpha$  менее 0,2 рад. справедливо будет следующее допущение:  $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha = \alpha$ , с учетом которого формулы (4), (5), (12) становятся линейными:

$$\alpha = \frac{L}{\rho}; \alpha_{\max} = \frac{L}{R}; \alpha = \frac{Ll}{C}. \quad (14)$$

Поворот должен осуществляться по радиусу  $R > 5L$ . Угловая скорость поворота управляемых колес в этом случае будет линейно зависеть от скорости поступательного движения машины:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{Lv}{C}. \quad (15)$$

Нетрудно заметить, что формула (13) при  $l = 0$  преобразуется в зависимость (15). Если в формуле (11) опустить  $\operatorname{arctg}$ , то она также преобразуется в зависимость (15).

Рассмотрим вариант поворота на внутрихозяйственной дороге с радиусом круговой кривой 30 м (трудные условия по СП 99.13330.2016) со скоростью 5,56 м/с (20 км/ч). При нарастании центробежного ускорения 0,6 м/с<sup>3</sup> принимаем параметр клотоиды  $C = 286,47 \text{ м}^2$ , откуда  $l_K = 9,55 \text{ м}$ .

По формуле (15) найдем угловую скорость поворота управляемых колес  $\omega = 0,050 \text{ с}^{-1}$ . Выполним расчет параметра кривой  $C$  по формуле (9) и угловой скорости поворота управляемых колес по формуле (13). Результаты представлены в таблице 5.

**Таблица 5. Значения параметра кривой  $C$  и угловой скорости поворота управляемых колес  $\omega$  для кривой в плане внутрихозяйственной дороги с  $R = 30 \text{ м}$**

Положение на кривой $l / l_K$ ( $l_K = 9,55 \text{ м}$ )	Параметр кривой $C, \text{ м}^2$ ( $\omega = 0,050 \text{ с}^{-1}$ )	Угловая скорость поворота управляемых колес $\omega, \text{ с}^{-1}$ ( $C = 286,47 \text{ м}^2$ )
0	–	0,050
0,1	286,61	0,050
0,2	286,59	0,050
0,3	286,55	0,050
0,4	286,50	0,050
0,5	286,44	0,050
0,6	286,36	0,050
0,7	286,27	0,050
0,8	286,16	0,050
0,9	286,04	0,050
1	285,90	0,050

Согласно данным таблицы 5 в дорожных условиях при радиусах круговых кривых 30 м и более вход в поворот колесной машины осуществляется по клотоиде с постоянной угловой скоростью поворота управляемых колес, а формулы (14) и (15) дают адекватные результаты.

### Выводы

1. Вход в поворот колесной машины с передними управляемыми колесами с постоянной угловой скоростью поворота управляемых колес при малых радиусах поворота осуществляется по траектории, имеющей переменный параметр, представляющий собой произведение радиуса траектории на пройденное расстояние от начала маневра. Параметр кривой траектории входа в поворот больше параметра клотоиды, установленного для данного поворота, и по длине траектории убывает. Таким образом, на протяжении участка входа в поворот нарастание центробежного ускорения не будет превышать принятого значения.

2. Вход в поворот колесной машины с передними управляемыми колесами при малых радиусах поворота может быть выполнен по клотоиде, при этом угловая скорость поворота управляемых колес определяется зависимостью (13) и уменьшается при перемещении от начала клотоиды к ее концу.

3. В дорожных условиях при радиусах круговых кривых 30 м и более вход в поворот колесной машины осуществляется по клотоиде с постоянной угловой скоростью поворота управляемых колес.

4. Угловая скорость поворота управляемых колес при совершении маневра входа в поворот линейно зависит от скорости поступательного движения машины, а также зависит от длины кривой входа в поворот, радиуса поворота и параметра клотоиды.

Представленные подход и методы его реализации могут найти практическое применение при установлении требований, регламентирующих функциональные и конструктивные решения, включающие выбор способа и скорости движения, угловой скорости поворота управляемых колес, ширины колеи, и, возможно, продольной базы колесной машины.

#### Список источников

1. Беляев А.Н., Афоничев Д.Н., Тришина Т.В. Оценка параметров клотоидной траектории входа в поворот колесной машины // Наука в Центральной России. 2022. № 2(56). С. 30–37. DOI: 10.35887/2305-2538-2022-2-30-37.
2. Беляев А.Н. Повышение эффективности работы машинно-тракторных агрегатов на базе интегральных универсально-пропашных колесных тракторов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.20.01. Мичуринско-наукоград, 2019. 440 с.
3. Виноградов К.Н., Дурманов А.С., Киселев Н.И. и др. Обоснование параметров и конструкции универсально-пропашного трактора повышенной эффективности. Воронеж: Изд-во Воронежского гос. ун-та, 1978. 164 с.
4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. Москва: Наука, 1961. 871 с.
5. ГОСТ Р 31507-2012. Автотранспортные средства. Управляемость и устойчивость. Технические требования. Методы испытаний. Москва: Стандартинформ, 2013. 54 с.
6. ГОСТ Р 51960-2002. Тракторы сельскохозяйственные колесные. Методы оценки управляемости. Москва: Стандартинформ, 2020. 16 с.
7. Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др. Тракторы: теория: учебник для вузов по специальности «Автомобили и тракторы». Москва: Машиностроение, 1988. 374 с.
8. Дьяконов В.П. Энциклопедия компьютерной алгебры. Москва: ДМК-Пресс, 2009. 1264 с.
9. Иофинов С.А. Эксплуатация машинно-тракторного парка. Москва: Колос, 1974. 430 с.
10. Курьянов В.К., Афоничев Д.Н., Скрыпников А.В. Автомобильные дороги. Воронеж: Воронежская государственная лесотехническая академия, 2007. 284 с.
11. Салминен Э.О., Грехов Г.Ф., Тюрин Н.А. и др. Транспорт леса. Сухопутный транспорт. Москва: Издательский центр «Академия», 2009. 368 с.
12. Скотников В.А., Мащенко А.А., Солонский А.С. Основа теории и расчет трактора и автомобиля. Москва: Агропромиздат, 1986. 383 с.
13. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. 2-е изд., доп. и перераб. Москва: Машиностроение, 1990. 352 с.
14. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: учебник для вузов. Минск: Дизайн ПРО, 1997. 640 с.
15. Трояновская И.П. Механика криволинейного движения тракторных агрегатов: монография. Челябинск: Изд-во Челябинского ГАУ. 2009. 152 с.

#### References

1. Belyaev A.N., Afonichev D.N., Trishina T.V. Estimation of the parameters of the clotoid trajectory of the entrance into the turn of a wheeled vehicle. *Nauka v Tsentralnoj Rossii = Science in the Central Russia*. 2022;2(56):30-37. DOI: 10.35887/2305-2538-2022-2-30-37. (In Russ.).
2. Belyaev A.N. Povyshenie effektivnosti raboty mashinno-traktornykh agregatov na baze integral'nykh universal'no-propashnykh kolesnykh traktorov [Improving the efficiency of machine-tractor units based on integral

universal row-crop wheeled tractors]: dissertatsiya ... doktora tekhnicheskikh nauk = Doctoral Dissertation in Engineering Sciences: 05.20.01. Michurinsk-naukograd; 2019. 440 p. (In Russ.).

3. Vinogradov K.N., Durmanov A.S., Kiselev N.I. et al. Obosnovanie parametrov i konstruktsii universal'no-propashnogo traktora povyshennoj effektivnosti [Substantiation of the parameters and design of a universal row-crop wheeled tractor of increased efficiency]. Voronezh: Voronezh State University Press; 1978. 164 p. (In Russ.).

4. Vygodsky M.Ya. Spravochnik po vysshej matematike [Handbook on Higher Mathematics]. Moscow: Nauka Press; 1961. 871 p. (In Russ.).

5. GOST R 31507-2012. Avtotransportnye sredstva. Upravlyaemost' i ustojchivost'. Tekhnicheskie trebovaniya. Metody ispytaniy [Road vehicles. Handling and stability. Technical requirements. Test methods]. Moscow: Standartinform Press; 2013. 54 p. (In Russ.).

6. GOST R 51960-2002. Traktory sel'skokhozyajstvennye kolesnye. Metody otsenki upravlyaemosti [Agricultural wheeled tractors. Steering capability test procedure]. Moscow: Standartinform Press; 2020. 16 p. (In Russ.).

7. Guskov V.V., Velev N.N., Atamanov Yu.E. et al. Traktory. Teoriya: uchebnik dlya vuzov po special'nosti "Avtomobili i traktory" [Tractors. Theory: textbook for universities in the specialty "Cars and tractors"]. Moscow: Mashinostroenie Press; 1988. 374 p. (In Russ.).

8. Diakonov V.P. Entsiklopediya komp'yuternoj algebrы [Encyclopedia of computer algebra]. Moscow: DMK-Press; 2009. 1264 p. (In Russ.).

9. Iofinov S.A. Ekspluatatsiya mashinno-traktornogo parka [Operation of the machine and tractor fleet]. Moscow: Kolos Press; 1974. 430 p. (In Russ.).

10. Kurianov V.K., Afonichev D.N., Skrypnikov A.V. Avtomobil'nye dorogi [Automobile roads]. Voronezh: Voronezh State Forestry Academy Press; 2007. 284 p. (In Russ.).

11. Salminen E.O., Grekhov G.F., Tyurin N.A. et al. Transport lesa. Sukhoputnyj transport [Forest transport. Land transport]. Moscow: Academy Publishing Center; 2009. 368 p. (In Russ.).

12. Skotnikov V.A., Mashchensky A.A., Solonsky A.S. Osnovy teorii i rascheta traktora i avtomobilya [Foundations of the theory and calculation of a tractor and a car]. Moscow: Agropromizdat Press; 1986. 383 p. (In Russ.).

13. Smirnov G.A. Teoriya dvizheniya kolesnykh mashin. 2-e izd., dop. i pererab. [Theory of motion of wheeled vehicles. 2<sup>nd</sup> edition, revised and enlarged]. Moscow: Mashinostroenie Press; 1990. 352 p. (In Russ.).

14. Tarasik V.P. Matematicheskoe modelirovanie tekhnicheskikh sistem: uchebnik dlya vuzov [Mathematical modeling of Engineering Systems: textbook for universities]. Minsk: Design PRO Press; 1997. 640 p. (In Russ.).

15. Troyanovskaya I.P. Mekhanika krivolinejnogo dvizheniya traktornykh agregatov: monografiya [Mechanics of curvilinear motion of tractor units: monograph]. Chelyabinsk: Chelyabinsk State Agrarian University Press; 2009. 152 p. (In Russ.).

#### **Информация об авторах**

А.Н. Беляев – доктор технических наук, доцент, зав. кафедрой прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», aifkm\_belyaev@mail.ru.

Д.Н. Афоничев – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой электротехники и автоматизации ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», dmafonichev@yandex.ru.

Т.В. Тришина – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», tata344@rambler.ru.

И.А. Высоцкая – кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры математики ФГКВУ ВО «Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации, i.a.trishina@gmail.com.

#### **Information about the authors**

A.N. Belyaev, Doctor of Engineering Sciences, Docent, Head of the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, aifkm\_belyaev@mail.ru.

D.N. Afonichev, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Dept. of Electrical Engineering and Automation, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, dmafonichev@yandex.ru.

T.V. Trishina, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, tata344@rambler.ru.

I.A. Vysotskaya, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Lecturer, the Dept. of Mathematics, Military Educational and Scientific Center of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, i.a.trishina@gmail.com.

**Статья поступила в редакцию 03.03.2023; одобрена после рецензирования 10.04.2023; принята к публикации 20.04.2023.**

**The article was submitted 03.03.2023; approved after reviewing 10.04.2023; accepted for publication 20.04.2023.**

© Беляев А.Н., Афоничев Д.А., Тришина Т.В., Высоцкая И.А., 2023