
4.3.1. ТЕХНОЛОГИИ, МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

Научная статья

УДК 629.3.076

DOI: 10.53914/issn2071-2243_2023_3_151

EDN: JQDCWV

Методика аналитического определения действительной траектории поворота колесной машины

Александр Николаевич Беляев^{1✉}, **Татьяна Владимировна Тришина**²,
Алексей Евгеньевич Новиков³, **Павел Викторович Шередекин**⁴,
Ирина Алевтиновна Высоцкая⁵

^{1, 2, 3}Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I, Воронеж, Россия

⁴Институт защиты семян компании «Сингента», Рамонский район, Воронежская область, Россия

⁵Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации, Воронеж, Россия

¹aifkm_belyaev@mail.ru, aifkm@agroeng.vsau.ru✉

Аннотация. Действительная траектория, описываемая характерными точками колесной машины при криволинейном движении, является одной из основных характеристик, с использованием которой можно достаточно объективно оценить ее устойчивость и управляемость, изучить кинематику и динамику при выполнении различных технологических операций. В основу разработанной авторами методики аналитического описания действительной траектории движения кинематического центра при круговом беспетлевом повороте колесной машины положена ее теоретическая траектория, представленная функцией явного вида, и коэффициент сдвига, корректирующий участки входа в поворот и установившегося поворота. Функция явного вида теоретической кривой траектории предварительно получена нелинейной аппроксимацией параметрических функций ее декартовых координат. Корректирующий коэффициент выбран на основе анализа массива экспериментальных точек абсцисс и ординат, определенных экспериментально в реальных эксплуатационных условиях, кривой траектории, описываемой кинематическим центром колесной машины с принятыми к исследованию базовыми характеристиками. Явная аналитическая функция для действительной траектории кругового беспетлевого поворота до его максимальной ординаты получена путем последовательного «умножения» теоретической функции явного вида для участка входа в поворот и формулы для определения теоретического радиуса кривизны для этой же кривой на корректирующий коэффициент сдвига, имеющий для выбранных эксплуатационных условий постоянное значение $k = 1,2$. При рассматриваемых вариантах расчета полученные на основе теоретических аппроксимирующих параметрических функций кривых входа в поворот радиусы кривизны не более чем на 1% отличаются от их значений, рассчитанных с использованием параметрических уравнений. Сравнение графиков действительных траекторий движения с экспериментальными данными позволяет также сделать вывод о корректности предлагаемой методики, так как расхождение результатов не превышает 2,5%.

Ключевые слова: колесная машина, траектория, поворот, радиус кривизны, координата, устойчивость движения, функция явного вида, корректирующий коэффициент

Для цитирования: Беляев А.Н., Тришина Т.В., Новиков А.Е., Шередекин П.В., Высоцкая И.А. Методика аналитического определения действительной траектории поворота колесной машины // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2023. Т. 16, № 3(78). С. 151–158. https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2023_3_151-158.

4.3.1. TECHNOLOGIES, MACHINERY AND EQUIPMENT FOR AGRO-INDUSTRIAL COMPLEX (ENGINEERING SCIENCES)

Original article

Procedure for analytical determination of the actual turning trajectory of a wheeled vehicle

Aleksandr N. Belyaev^{1✉}, **Tatyana V. Trishina**², **Aleksey E. Novikov**³,
Pavel V. Sheredekin⁴, **Irina A. Vysotskaya**⁵

^{1, 2, 3}Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Voronezh, Russia

⁴The Seedcare Institute, Syngenta Global, Science-Based Agtech Company, Ramonsky District, Voronezh Oblast, Russia

⁵Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation

¹aifkm_belyaev@mail.ru, aifkm@agroeng.vsau.ru✉

Abstract. The actual trajectory described by the characteristic points of a wheeled vehicle in curved motion is one of the main characteristics, using which it is possible to fairly objectively assess its stability and controllability, study kinematics and dynamics when performing various technological operations. The authors proposed the methodology for the analytical description of the actual trajectory of the motion of the kinematic center during a circular loop-free rotation of a wheeled vehicle which is based on its theoretical trajectory, represented by an explicit function, and the correction factor of the entrance to the turn and the steady-state rotation. The function of the explicit form of the theoretical curve of the trajectory is preliminarily obtained by nonlinear approximation of parametric functions of its Cartesian coordinates by nonlinear approximation. The correction factor was chosen based on the analysis of an array of experimental abscissa and ordinate points determined experimentally in real operating conditions, the trajectory curve described by the kinematic center of a wheeled vehicle with the basic characteristics accepted for the study. An explicit analytical function for the actual trajectory of a circular loop-free turn to its maximum ordinate is obtained by sequentially “multiplying” an explicit theoretical function for the turn entrance section and a formula for determining the theoretical radius of curvature for the same curve by a correction shift coefficient having a constant value of $k = 1.2$ for the selected operating conditions. In the considered calculation options, the radii of curvature obtained on the basis of theoretical approximating parametric functions of the curves of the entrance to the turn do not differ by more than 1% from their values calculated using parametric equations. At the same time, a comparison of graphs of actual motion trajectories based on parametric functions with experimental data also enables to conclude that the proposed methodology and the studies carried out are correct, since the discrepancy between the results does not exceed 2.5%.

Keywords: wheeled vehicle, trajectory, turn, radius of curvature, coordinate, stability of the motion, explicit function, correction factor

For citation: Belyaev A.N., Trishina T.V., Novikov A.E., Sheredekin P.V., Vysotskaya I.V. Procedure for analytical determination of the actual turning trajectory of a wheeled vehicle. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Vestnik of Voronezh State Agrarian University*. 2023;16(3):151-158. (In Russ.). https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2023_3_151-158.

Введение
Колесная машина должна совершать движение по траектории, определяемой водителем, и изменять ее своевременно в соответствии с величиной управляющих воздействий [7, 13, 14]. Однако в реальных условиях функционирования под воздействием многочисленных факторов как эксплуатационного, так и конструктивного характера происходит значительное отклонение действительной траектории движения машины от требуемой [2, 3].

Известные оценочные параметры устойчивости движения колесной машины, полученные в ходе проведения экспериментов, отличающихся, как правило, используемыми методиками, характеризуют в основном систему «водитель – машина», а не саму машину, поэтому полученные при этом результаты испытаний, проведенных в различных условиях с разными водителями, могут оказаться несопоставимыми, так как включают в себя субъективные входные показатели [10, 11, 16, 17, 18].

Практически любой совершаемый во время движения маневр может являться поворотом, поэтому особое значение приобретает проблема сохранения и повышения устойчивости при криволинейном движении, которое является одним из сложных и опасных режимов эксплуатации. Весьма важным условием качества выполняемого технологического процесса, а также безопасности движения на повороте является правильный выбор траектории движения, поэтому для анализа и оценки устойчивости колесной машины при криволинейном движении, а также выявления причин ее потери необходимо иметь представление о теоретической и действительной траекториях, описываемых характерными (базовыми) точками движущегося средства, например серединой заднего моста, обычно принимаемой за кинематический центр, в условиях не только установившегося поворота с постоянным радиусом, но и с переменным положением центра кривизны [1, 6]. В связи с этим методика теоретических и экспериментальных исследований основана на данных анализа участка входа в поворот и участка установившегося поворота кругового беспетлевого поворота, включающего в себя основные элементы, которые выполняет машина при криволинейном движении [2, 12].

В соответствии с отмеченным выше целью научно-исследовательской работы является разработка методики аналитического получения действительной траектории движения кинематического центра колесной машины при совершении кругового беспетлевого поворота.

Методика исследования

При исследовании устойчивости криволинейного движения колесной машины важно определить, насколько траектория, задаваемая водителем, будет отличаться от действительной, поэтому для ее сравнительной оценки более корректно использовать функцию явного вида [5, 9, 15].

В работе [2] разработан алгоритм расчета и построения теоретической траектории движения кинематического центра колесной машины с передними управляемыми колесами при криволинейном движении в виде функции явного вида, полученной нелинейной аппроксимацией параметрических уравнений ее координат x и y для этапа входа в поворот и склейкой с окружностью постоянного радиуса участка установившегося поворота, и проведена его апробация при следующих конструктивных и эксплуатационных параметрах:

- скорость поступательного движения – $v = 2,556$ м/с;
- угловая скорость поворота управляемых колес – $\omega = 0,155$ 1/с;
- продольная база – $L = 2,78$ м;
- максимальный средний угол поворота управляемых колес – $\alpha_{max} = 0,62$;
- время движения до окончания маневра входа в поворот – $t = 4$ с.

Аппроксимирующие функции явного вида, соответствующие указанным характеристикам машины, для траектории участка входа в поворот и траектории кругового беспетлевого поворота, окончание которого приходится на его максимальную ординату, получены в следующем виде [8, 9]:

$$y_B(x) = 6,445x^{0,33} - 0,0848x^{1,932} . \quad (1)$$

$$y_{II}(x) = \begin{cases} 6,445x^{0,33} - 0,085x^{1,932}, & x < 3,643 \\ 5,168 + \sqrt{15,163 - (x - 4,924)^2}, & x > 3,643 \end{cases} . \quad (2)$$

При этом радиус кривизны траектории входа в поворот, описываемый функцией $y(x)$ (1), определяется по следующей формуле [8, 9]:

$$\rho(x) = - \frac{\left(1 + \left(\frac{2,128}{x^{0,67}} - 0,164x^{0,932}\right)^2\right)^{1,5}}{\frac{1,425}{x^{1,67}} - \frac{0,153}{x^{0,068}}} . \quad (3)$$

Координаты окончания траектории участка входа в поворот (1) и центра кривизны сопрягаемой с ним окружности траектории установившегося поворота (3) будут соответственно следующими:

$$\begin{aligned} x_{Bmax} &= 3,643 \text{ м;} \\ y_{Bmax} &= 8,845 \text{ м;} \\ x_0 &= 4,924 \text{ м;} \\ y_0 &= 5,168 \text{ м.} \end{aligned}$$

Используя ту же методику [2] при тех же конструктивных параметрах колесной машины, но при других эксплуатационных – $v = 1,86$ м/с, $\omega = 0,31$ 1/с и $t = 2$ с – рассчитываем аналогичные характеристики по следующим формулам:

$$y_B(x) = 4,625x^{0,333} - 0,236x^{1,5}; \quad (4)$$

$$y_{\Pi}(x) = \begin{cases} 4,625x^{0,333} - 0,236x^{1,5}, & x < 0,528 \\ 1,974 + \sqrt{15,163 - (x - 4,043)^2}, & x > 0,528 \end{cases}; \quad (5)$$

$$\rho(x) = - \frac{(1 + (\frac{1,539}{x^{0,667}} - 0,353x^{0,5})^2)^{1,5}}{\frac{1,027}{x^{1,667}} - \frac{0,177}{x^{0,5}}}. \quad (6)$$

Значения максимальных координат участка входа в поворот для данного варианта (4) – $x_{Bmax} = 0,528$ м, $y_{Bmax} = 3,648$ м, центр кривизны сопрягаемой с ним окружности (6) лежит в точке с координатами $x_0 = 4,043$ м, $y_0 = 1,974$ м.

В результате расчета по формулам (3) и (6) получены значения радиусов кривизны в конце участка входа в поворот соответственно $R = 3,899$ м и $R = 3,9$ м, которые гораздо менее чем на 1% отличаются от теоретического – $R = 3,894$ м [7, 14], что позволяет считать выполненные действия при проведении аппроксимации исходных параметрических функций корректными [2].

Результаты расчетов, выполненных по уравнениям (2) и (5), наглядно представлены на рисунке 1.

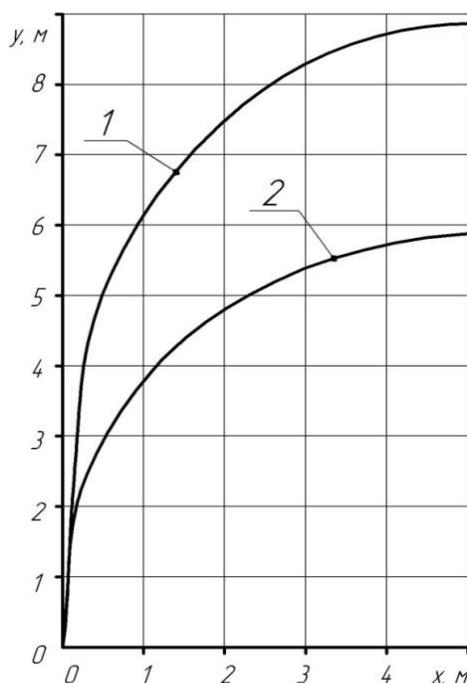


Рис. 1. Графики теоретических функций кривых траекторий входа в поворот и установившегося поворота: 1 – $v = 2,556$ м/с, $\omega = 0,155$ 1/с; 2 – $v = 1,86$ м/с, $\omega = 0,31$ 1/с

Исходя из анализа массива экспериментальных точек абсцисс (x) и ординат (y) кривой траектории, описываемой кинематическим центром колесной машины с теми же базовыми характеристиками, для аналитического получения действительной траектории принят корректирующий коэффициент сдвига теоретической траектории $k = 1,2$ [8]. Тогда, используя (1) и (4), имеем уравнения действительной траектории входа в поворот для рассматриваемых вариантов

$$y_{B1}(x) = k y_B = 7,734x^{0,33} - 0,1018x^{1,932}; \quad (7)$$

$$y_{B1}(x) = k y_B = 5,55x^{0,333} - 0,283x^{1,5}. \quad (8)$$

Радиусы окружностей постоянной кривизны участков установившегося поворота в связи с этим рассчитываются по формуле, приведенной в работе [9]:

$$\rho_1(x) = \frac{(1+k^2 y_x'^2)^{1,5}}{|k y_x''|}, \quad (9)$$

и с учетом уравнений (3) и (6) соответственно для первого и второго случаев будут определяться по следующим выражениям [8]:

$$\rho_1(x) = - \frac{\left(1 + \left(\frac{3,0643}{x^{0,67}} - 0,23x^{0,932}\right)^2\right)^{1,5}}{-\frac{1,71}{x^{1,67}} - \frac{0,184}{x^{0,068}}}; \quad (10)$$

$$\rho_1(x) = - \frac{\left(1 + \left(\frac{2,216}{x^{0,667}} - 0,508x^{0,5}\right)^2\right)^{1,5}}{-\frac{1,232}{x^{1,667}} - \frac{0,212}{x^{0,5}}}. \quad (11)$$

Тогда аппроксимирующие функции, описывающие реальные траектория движения принимают вид:

$$y_{П1}(x) = \begin{cases} 7,734x^{0,33} - 0,1018x^{1,932}, & x < 3,643 \\ 8,043 + \sqrt{7,769 - (x - 4,717)^2}, & x > 3,643 \end{cases}; \quad (12)$$

$$y_{П1}(x) = \begin{cases} 5,55x^{0,333} - 0,283x^{1,5}, & x < 0,528 \\ 5,772 + \sqrt{5,575 - (x - 3,385)^2}, & x > 0,528 \end{cases}. \quad (13)$$

Результаты и их обсуждение

На рисунках 2 и 3 представлены графики действительных траекторий движения (9) и (10) и точек экспериментальных данных для исследуемых случаев.

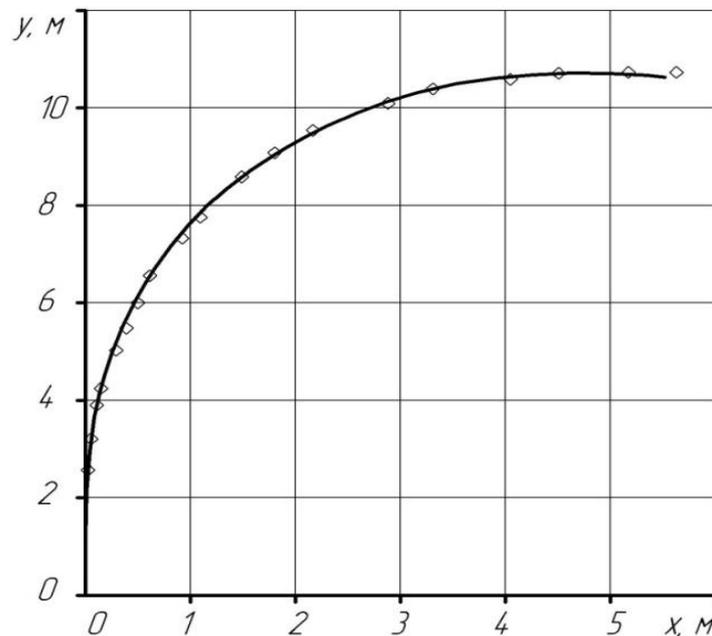


Рис. 2. Сравнение графика действительной траектории движения с экспериментальными данными при $v = 2,556$ м/с, $\omega = 0,155$ 1/с

При разработке алгоритма принято, что максимальные значения абсцисс действительных траекторий движения на участках входа в поворот $x_{Вmax}$ остаются неизменными, равными для аналогичных участков теоретической траектории, при этом соответствующие им ординаты, согласно уравнениям (7) и (8), равны $y_{Вmax} = 10,62$ м и $y_{Вmax} = 4,378$ м (рис. 2 и 3).

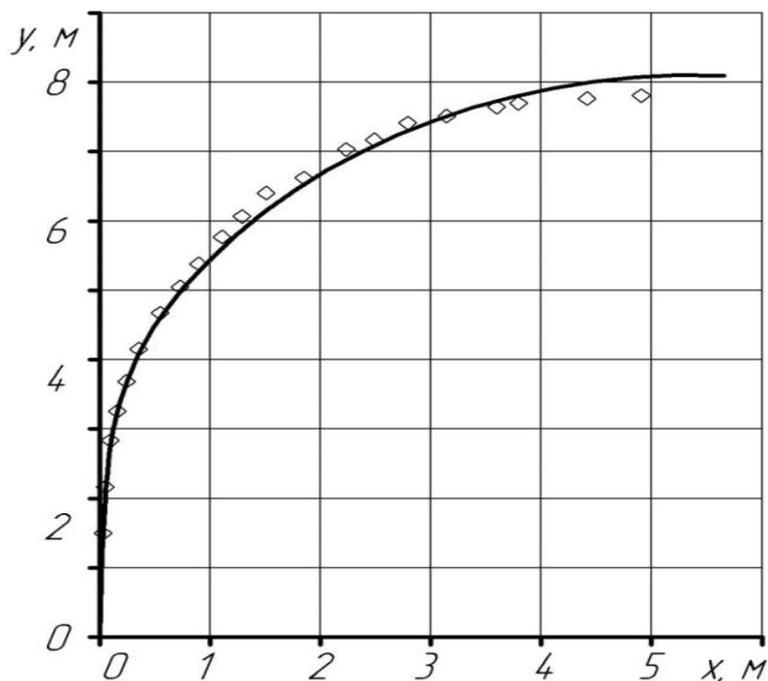


Рис. 3. Сравнение графика действительной траектории движения с экспериментальными данными при $v = 1,86$ м/с, $\omega = 0,31$ 1/с

Увеличение максимальных значений ординат действительной траектории в сравнении с теоретическими составило 16,71 и 15,85%. При этом также выявлено увеличение максимальных ординат кривых траекторий беспетлевого кругового поворота для обоих случаев в пределах 2 м, что в процентном отношении к теоретическим значениям дает 20–30%.

Сравнение кривых поворота с наложенными на них точками экспериментальных данных (рис. 2 и 3) позволяет сделать вывод о корректности проведенных исследований, так как максимальное отличие их ординат не превышает 2,5%, что дает основание использовать предложенную методику для оценки криволинейного движения колесной машины.

Выводы

1. Предложенная методика позволяет моделировать траекторию движения колесной машины, изменяя поступательную скорость движения и угловую скорость поворота управляемых колес, и выбирать параметры, необходимые для выполнения правильного беспетлевого поворота.

2. Полученная аналитическая зависимость для описания кривой траектории поворота позволяет численно оценить степень отклонения колесной машины от заданной траектории.

3. Процесс входа в поворот колесной машины является основополагающим для формирования всей траектории поворота и, следовательно, для оценки устойчивости движения.

4. Полученное значение корректирующего коэффициента сдвига $k = 1,2$ постоянно для принятых условий движения и не зависит от скорости поступательного движения колесной машины.

5. Расхождение результатов экспериментальных и теоретических исследований не превышает 2,5%, что позволяет сделать вывод о корректности проведенных исследований и рекомендовать разработанную методику для моделирования кривых траекторий поворота колесной машины.

Список источников

1. Амосов А.Г. Алгоритм построения геометрии движения специальных транспортных средств // Программные системы и вычислительные методы. 2019. № 4. С. 20–29. DOI: 10.7256/2454-0714/2019/4/30842.
2. Беляев А.Н. Повышение эффективности работы машинно-тракторных агрегатов на базе интегральных универсально-пропашных колесных тракторов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.20.01. Мичуринск-наукоград, 2019. 440 с.
3. Беляев А.Н., Шацкий В.П., Гулевский В.А. и др. Оценка бокового отклонения колесной машины от заданной траектории движения // Сибирский вестник сельскохозяйственной науки. 2022. Т. 52, № 4. С. 120–128. DOI: 10.26898/0370-8799-2022-4-13.
4. Беляев А.Н., Шацкий В.П., Тришина Т.В. и др. Методика определения теоретической траектории поворота колесной машины // Вестник Воронежского государственного аграрного университета, 2023. Т. 16, № 1(76). С. 90–97. DOI: 10.53914/issn2071-2243_2023_1_90.
5. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И. и др. Теоретическая механика: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования. Москва: Издательский центр «Академия», 2010. 432 с.
6. Вольская Н.С., Игнатушин А.П. Модель поворота многоосной колесной машины на грунте // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Машиностроение». 2005. № 4. С. 81–91.
7. Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др. Тракторы: теория: учебник для вузов по специальности «Автомобили и тракторы». Москва: Машиностроение, 1988. 374 с.
8. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. Москва: ДМК-Пресс, 2011. 800 с.
9. Дьяконов В.П. Энциклопедия компьютерной алгебры. Москва: ДМК-Пресс, 2009. 1264 с.
10. Жилейкин М.М., Скотников Г.И. Разработка принципов повышения устойчивости движения многозвенных тракторных поездов // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2015. № 10. С. 19–23.
11. Жилейкин М.М., Шинкаренко В.А. Качественный анализ методов повышения управляемости и устойчивости колесных машин // Известия вузов. Сер. «Машиностроение». 2015. № 1. С. 42–48.
12. Иофинов С.А. Эксплуатация машинно-тракторного парка. Москва: Колос, 1974. 430 с.
13. Скотников В.А., Маценский А.А., Солонский А.С. Основа теории и расчет трактора и автомобиля. Москва: Агропромиздат, 1986. 383 с.
14. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. 2-е изд., доп. и перераб. Москва: Машиностроение, 1990. 352 с.
15. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: учебник для вузов. Минск: Дизайн ПРО, 1997. 640 с.
16. Трояновская И.П. Механика криволинейного движения тракторных агрегатов: монография. Челябинск: Изд-во Челябинского ГАУ, 2009. 152 с.
17. Шумилин А.В., Володин А.Н. Метод определения характеристик поворота транспортного средства на недеформируемом основании // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 1993. № 8. С. 17–19.
18. Шухман С.Б., Соловьев В.И. Математическая модель криволинейного движения колеса по грунту // Известия вузов. Серия «Машиностроение». 2012. № 8. С. 24–31.

References

1. Amosov A.G. Algorithm postroeniya geometrii dvizheniya spetsial'nykh transportnykh sredstv [Algorithm for constructing the geometry of movement of special vehicles]. *Programmnye sistemy i vychislitel'nye metody = Software Systems and Computational Methods*. 2019;4:20-29. DOI: 10.7256/2454-0714/2019/4/30842. (In Russ.).
2. Belyaev A.N. Povyshenie effektivnosti raboty mashinno-traktornykh agregatov na baze integral'nykh universal'no-propashnykh kolesnykh traktorov [Improving the efficiency of machine-tractor units based on integral universal-rowed wheeled tractors]: dissertatsiya ... doctora tekhnicheskikh nauk = Doctoral Dissertation in Engineering Sciences: 05.20.01. Michurinsk-naukograd; 2019. 440 p. (In Russ.).
3. Belyaev A.N., Shatsky V.P., Gulevsky V.A. et al. Otsenka bokovogo otkloneniya kolesnoj mashiny ot zadannoj traektorii dvizheniya [Evaluation of the lateral deviation of a wheeled vehicle from a given trajectory]. *Sibirskij vestnik sel'skokhozyajstvennoj nauki = Siberian Herald of Agricultural Science*. 2022;52(4):120-128. DOI: 10.26898/0370-8799-2022-4-13. (In Russ.).
4. Belyaev A.N., Shatsky V.P., Trishina T.V. et al. Metodika opredeleniya teoreticheskoy traektorii povorota kolesnoj mashiny [Methodology for determining the theoretical trajectory of a wheeled vehicle]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Vestnik of Voronezh State Agrarian University*. 2023;16(1):90-97. DOI: 10.53914/issn2071-2243_2023_1_90. (In Russ.).
5. Bolotin S.V., Karapetyan A.V., Kugushev E.I. et al. Teoreticheskaya mekhanika: uchebnik dlya studentov uchrezhdenij vysshego professional'nogo obrazovaniya [Theoretical mechanics: textbook for students of institutions of higher professional education]. Moscow: Publishing Center "Academiya"; 2010. 432 p. (In Russ.).
6. Vol'skaya N.S., Ignatushin A.P. Model' povorota mnogoosnoj kolesnoj mashiny na grunte [Model of turning a multi-axle wheeled vehicle on the ground]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Mashinostroenie" = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*. 2005;4:81-91. (In Russ.).

7. Guskov V.V., Velev N.N., Atamanov Yu.E. et al. Traktory. Teoriya: uchebnyk dlya vuzov po spetsial'nosti "Avtomobili i traktory" [Tractors. Theory: textbook for universities in the specialty "Cars and Tractors"]. Moscow: Mashinostroenie Press; 1988. 374 p. (In Russ.).
8. Diakonov V.P. Maple 10/11/12/13/14 v matematicheskikh raschetakh [Maple 10/11/12/13/14 in mathematical calculations]. Moscow: DMK-Press; 2011. 800 p. (In Russ.).
9. Diakonov V.P. Entsiklopediya komp'yuternoj algebrы [Encyclopedia of computer algebra]. Moscow: DMK-Press; 2009. 1264 p. (In Russ.).
10. Zhileykin M.M., Skotnikov G.I. Razrabotka printsipov povysheniya ustojchivosti dvizheniya mnogozvennykh traktornykh poezdov [Development of principles for improving the stability of multi-link tractor-trailer combinations]. *Traktory i sel'skokhozyajstvennyye mashiny = Tractors and Agricultural Machinery*. 2015;10:19-23. (In Russ.).
11. Zhileykin M.M., Shinkarenko V.A. Kachestvennyj analiz metodov povysheniya upravlyaemosti i ustojchivosti kolesnykh mashin [Qualitative analysis of the methods for improving the controllability and stability of wheeled vehicles]. *Izvestiya VUZov. Seriya "Mashinostroenie" = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*. 2015;1:42-48. (In Russ.).
12. Iofinov S.A. Ekspluatatsiya mashinno-traktornogo parka [Operation of the machine and tractor fleet]. Moscow: Kolos; 1974. 430 p. (In Russ.).
13. Skotnikov V.A., Mashchensky A.A., Solonsky A.S. Osnovy teorii i rascheta traktora i avtomobilya [Foundations of the theory and calculation of a tractor and a car]. Moscow: Agropromizdat Press; 1986. 383 p. (In Russ.).
14. Smirnov G.A. Teoriya dvizheniya kolesnykh mashin. 2-e izd., dop. i pererab. [Theory of motion of wheeled vehicles. 2nd edition, revised and enlarged]. Moscow: Mashinostroenie Press; 1990. 352 p. (In Russ.).
15. Tarasik V.P. Matematicheskoe modelirovanie tekhnicheskikh system: uchebnyk dlya vuzov [Mathematical modeling of Engineering Systems: textbook for universities]. Minsk: Design PRO Press; 1997. 640 p. (In Russ.).
16. Troyanovskaya I.P. Mekhanika krivolinejnogo dvizheniya traktornykh agregatov: monografiya [Mechanics of curvilinear motion of tractor units: monograph]. Chelyabinsk: Chelyabinsk State Agrarian University Press; 2009. 152 p. (In Russ.).
17. Shumilin A.V., Volodin A.N. Metod opredeleniya kharakteristik povorota transportnogo sredstva na nedeformiruemom osnovanii [Method for determining characteristics of a vehicle rotation on a non-deformable basis]. *Traktory i sel'skokhozyajstvennyye mashiny = Tractors and Agricultural Machinery*. 1993;8:17-19. (In Russ.).
18. Shukhman S.B., Soloviev V.I. Matematicheskaya model' krivolinejnogo dvizheniya kolesa po gruntu [Mathematical model of the curvilinear motion of wheels on the ground]. *Izvestiya VUZov. Seriya. "Mashinostroenie" = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*. 2012;8:24-31. (In Russ.).

Информация об авторах

А.Н. Беляев – доктор технических наук, доцент, зав. кафедрой прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», aifkm_belyaev@mail.ru.
Т.В. Тришина – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», tata344@rambler.ru.
А.Е. Новиков – ассистент кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», novikov-alexey1@yandex.ru.
П.В. Шередекин – специалист по применению средств защиты семян, Институт защиты семян ООО «Сингента», pavel.sheredekin@syngenta.com.
И.А. Высоцкая – кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры математики ФГКВБОУ ВО «Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации, i.a.trishina@gmail.com.

Information about the authors

A.N. Belyaev, Doctor of Engineering Sciences, Docent, Head of the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, aifkm_belyaev@mail.ru.
T.V. Trishina, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, tata344@rambler.ru.
A.E. Novikov, Assistant, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, novikov-alexey1@yandex.ru.
P.V. Sheredekin, Seed Protection Products Application Engineer, The Seedcare Institute, Syngenta Global, Science-Based Agtech Company, pavel.sheredekin@syngenta.com.
I.A. Vysotskaya, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Lecturer, Dept. of Mathematics, Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, i.a.trishina@gmail.com.

Статья поступила в редакцию 01.05.2023; одобрена после рецензирования 10.06.2023; принята к публикации 20.06.2023.

The article was submitted 01.05.2023; approved after reviewing 10.06.2023; accepted for publication 20.06.2023.

© Беляев А.Н., Тришина Т.В., Новиков А.Е., Шередекин П.В., Высоцкая И.А., 2023