

4.3.2. ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИИ, ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЕ И ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЕ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

Научная статья

УДК 332.12:338.4

DOI: 10.53914/issn2071-2243_2025_2_107

EDN: NLZCUJ

Математическое моделирование различных способов включения однофазных асинхронных двигателей в сеть

Дмитрий Александрович Тонн^{1✉}, Александр Константинович Муконин²,
Виктор Александрович Трубецкой³, Наталья Викторовна Прибылова⁴,
Анастасия Валентиновна Кононенко⁵

^{1, 2, 3, 5} Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия

⁴ Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I,
Воронеж, Россия

¹ tonnda@yandex.ru✉

Аннотация. Анализ систем электроснабжения в сельской местности показывает, что в производственных зданиях и других объектах часто единственным источником электрической энергии является однофазная сеть переменного синусоидального тока, в связи с этим широкое применение находят однофазные асинхронные электроприводы (ОАД), которые составляют техническую основу механизации и автоматизации. Наибольшее распространение из всех типов ОАД получили конденсаторные (КАД) за счет ряда своих положительных свойств (просты конструктивно и, следовательно, более надежны при эксплуатации, имеют большую полезную мощность, меньшие габариты, коэффициент мощности, близкий к единице, и более высокий КПД). Предлагаемые к применению ОАД позволяют повысить эффективность производственных процессов. В настоящее время используется достаточно большое число схем включения ОАД в однофазную сеть, которые продолжают совершенствоваться. Так как в технической литературе практически отсутствуют публикации, посвященные математическому моделированию различных схем включения КАД, нами была поставлена задача разработать математические модели различных схем их включения. При решении данной задачи было установлено, что наличие периодических коэффициентов в дифференциальных уравнениях модели приводит к громоздким уравнениям, что существенно усложняет расчеты, поэтому возникает необходимость их преобразования с целью получения системы с постоянными коэффициентами. Показано, что в такой системе уравнений необходимо записывать их в ортогональной системе координат, неподвижной относительно статора. Предложена математическая модель КАД, включенного в однофазную цепь синусоидального тока по классической схеме в системе координат α, β , на базе которой были получены работоспособные математические модели различных схем включения ОАД в однофазную сеть, что позволяет выбрать оптимальную схему включения и ее фазосдвигающие элементы для конкретного режима работы.

Ключевые слова: однофазный асинхронный двигатель (ОАД), схема включения, математическая модель, фазосдвигающий элемент, уравнение электромагнитного момента

Для цитирования: Тонн Д.А., Муконин А.К., Трубецкой В.А., Прибылова Н.В., Кононенко А.В. Математическое моделирование различных способов включения однофазных асинхронных двигателей в сеть // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2025. Т. 18, № 2(85). С. 107–119. https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2025_2_107–119.

4.3.2. ELECTROTECHNICS, ELECTRICAL EQUIPMENT AND ELECTRICAL POWER SUPPLY FOR AGRO-INDUSTRIAL COMPLEX (ENGINEERING SCIENCES)

Original article

Mathematical modeling of various ways of single-phase ac induction motors switching in the network

Dmitriy A. Tonn^{1✉}, Aleksandr K. Mukonin², Viktor A. Trubetskoy³,
Natalia V. Pribylova⁴, Anastasia V. Kononenko⁵

^{1, 2, 3, 5} Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

⁴ Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Voronezh, Russia

¹ tonnda@yandex.ru✉

Abstract. An analysis of power supply systems in rural areas shows that in industrial buildings and other facilities, often the only source of electrical energy is a single-phase alternating sinusoidal current network, and therefore single-phase ac induction motors (SPACIM) are widely used, which form the technical basis of mechanization and automation. The most widespread of all types of the SPACIMs are capacitor-start induction motor (CM) due to a number of their positive properties (they are structurally simple and, therefore, more reliable in operation, have a higher useful power, smaller dimensions, higher degree of efficiency, their power factor is close to unity). The SPACIMs offered for use make it possible to increase the efficiency of production processes. Currently, a fairly large number of schemes for the SPACIM switching on in a single-phase network are used, the schemes for switching on which continue to be improved. There are practically no publications in the technical literature devoted to the mathematical modeling of various CM switching schemes, and therefore the task was to set to develop mathematical models of various schemes for their switching. When solving this problem, it was found that the presence of periodic coefficients in the differential equations of the model leads to cumbersome equations, which significantly complicates the calculation, and therefore it becomes necessary to transform them in order to obtain a system with constant coefficients. It is shown that in such a system of equations it is necessary to mark down them in an orthogonal coordinate system fixed relative to the stator. A mathematical model of a CM connected to a single-phase sinusoidal current circuit according to a classical scheme in a α, β coordinate system is proposed, on the basis of which workable mathematical models of various circuits for the SPACIM switching in a single-phase network were obtained, which makes it possible to select the optimal circuit and its phase-shifting elements for each specific operating mode.

Keywords: single-phase ac induction motor (SPACIM), switching circuit, mathematical model, phase-shifting element, electromagnetic moment equation

For citation: Tonn D.A., Mukonin A.K., Trubetskoy V.A., Pribylova N.V., Kononenko A.V. Mathematical modeling of various ways of single-phase ac induction motors switching in the network. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta* = *Vestnik of Voronezh State Agrarian University*. 2025;18(2):107-119. (In Russ.). https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2025_2_107-119.

Как известно, все производственные процессы в сельском хозяйстве базируются на применении электроприводов. Во всех отраслях сельского хозяйства и во всех вспомогательных, обслуживающих, ремонтных, перерабатывающих и подсобных производствах активно внедряется автоматизация, в том числе с применением электрических приводов.

Особенно массово автоматизированные электрические приводы используют при организации стационарных процессов производства в подотраслях животноводства, в частности в системах водоснабжения, вентиляции, отопления, подготовки и раздачи различных видов кормов и др. Также автоматизированные электроприводы применяют в агрегатах для сортировки, сушки и очистки зерновых и бобовых культур, для переработки и при хранении различных корнеплодов и плодоовощной продукции, в системах обеспечения микроклимата помещений теплиц или оранжерей, в составе различных машин и механизмов для обработки почвы, в системах полива и подкормки растений и др.

В жилых, производственных и административных зданиях и других объектах в сельской местности часто единственным источником электрической энергии является однофазная сеть переменного синусоидального тока, поэтому широкое применение находит однофазный электропривод с асинхронными двигателями относительно небольшой мощности – от нескольких десятков ватт до 10–15 кВт [3]. Согласно статистическим данным, в среднем около 90% потребителей частного сектора и более 40% потребителей коммерческого сектора в сельской местности не имеют трехфазного источника электрической энергии.

Однофазный ток в существующих реалиях с точки зрения экономического обоснования принимаемых инженерных решений является простейшим способом распределения электроэнергии как в городских конгломерациях, так и в сельской местности, а особенно в небольших фермерских хозяйствах и производствах, имеющих различную специализацию. Электрификация и автоматизация фермерского производства способствуют повышению эффективности производственных процессов, что,

в свою очередь, вызывает необходимость увеличения количества мощных автоматизированных электроприводов и электрических инструментов, использующих однофазные асинхронные электродвигатели.

В настоящее время практически повсеместно используют однофазные асинхронные электродвигатели с короткозамкнутым ротором, что обусловлено целым рядом их технических преимуществ по сравнению, например, с двигателями постоянного тока: высокой надежностью, ремонтпригодностью и производительностью, простотой в эксплуатации, низкой стоимостью и небольшими габаритами.

Однофазные асинхронные двигатели (ОАД) служат для преобразования электрической энергии в механическую. Самыми распространенными силовыми однофазными двигателями малой мощности являются асинхронные двигатели, которые находят широкое применение в сельском хозяйстве, где требуется дешевый нерегулируемый электропривод, питаемый от однофазной сети переменного тока. Выпуск таких двигателей достигает миллионных значений в год. В масштабах государства большие объемы выпуска приводят к значительным затратам материалов и энергетических ресурсов, поэтому значительное внимание всегда уделялось исследованиям, направленным на уменьшение затрат при производстве и эксплуатации таких электрических машин. В последние годы в России и в странах Азии, Северной Африки и Латинской Америки значительно возросла потребность сельхозпроизводителей в однофазных асинхронных двигателях несколько большей мощности, чем ранее было принято [3].

Существует большое разнообразие конструкций однофазных асинхронных двигателей, имеющих распределенную обмотку статора и короткозамкнутый ротор, при этом следует отметить, что ОАД с фазным ротором не выпускаются. Сконструированы и явнополюсные ОАД, обладающие сосредоточенной обмоткой статора, но такие машины имеют меньшие КПД, пусковой и максимальный моменты, чем двигатели с распределенной статорной обмоткой.

В ОАД с одной статорной обмоткой не возникает пусковой момент, так как магнитное поле, создаваемое обмоткой статора, пульсирует и не вращается. Однако пусковой момент отсутствует только в случае неподвижного ротора. Если ротор привести во вращение любым способом, то он продолжит вращение под действием вращающегося магнитного потока обмотки статора.

Для получения вращающегося магнитного поля статора нужно иметь минимум два магнитных потока, сдвинутых друг относительно друга как во времени, так и в пространстве. Для пуска на статоре ОАД обычно располагают две обмотки: главную, или рабочую, и вспомогательную, или пусковую. Эти обмотки смещают в пространстве, как правило, на угол в 90 электрических градусов. В цепь пусковой обмоткой включают разнообразные фазосдвигающие элементы, которые создают сдвиг во времени между токами пусковой и рабочей обмоток. В простейшем случае роль фазосдвигающего элемента выполняет активное сопротивление R или емкость C , намного реже индуктивность L , которые позволяют создать вращающееся эллиптическое или круговое магнитное поле статора. Энергетически выгодное круговое вращающееся магнитное поле в ОАД проще всего получить при включении в цепь пусковой обмотки конденсатора или при совместном использовании активного сопротивления и емкости [7]. Замечательным свойством конденсатора как фазосдвигающего элемента выступает то, что он обеспечивает заданный вращающий момент при минимальном токе, потребляемом ОАД.

Если в двигателе будет создано круговое или близкое к круговому вращающееся магнитное поле, то его основные характеристики стремятся к характеристикам трехфазного асинхронного двигателя тех же массогабаритных показателей. Но получить круговое вращающееся магнитное поле можно только при конкретных значениях емкости конденсатора, частоте вращения, напряжении и определенном числе витков обмоток статора, поэтому решение этой технической задачи часто является возможным, так как это связано с целым рядом технических причин, например с дискретностью ряда стандартных выпускаемых емкостей конденсаторов [9].

Асинхронные двигатели, в которых вспомогательная обмотка с конденсатором остается включенной и в рабочем режиме, называются конденсаторными (КАД). КАД обладают хорошими рабочими характеристиками, но при этом имеют относительно небольшой пусковой момент, поэтому они применяются при легких условиях пуска.

Наибольшее распространение из всех типов ОАД получили КАД за счет ряда своих положительных свойств: КАД просты конструктивно и, следовательно, более надежны при эксплуатации; эти двигатели имеют большую полезную мощность, меньшие габариты, коэффициент мощности, близкий к единице, и более высокий КПД, чем другие типы ОАД.

Возможны различные схемные варианты пуска конденсаторных асинхронных двигателей.

1. Пусковая обмотка включается только на время пуска, а затем при достижении ротором частоты вращения, равной примерно 75% от номинальной, отключается. В нормальном режиме двигатель работает только с рабочей обмоткой. Отключение пусковой обмотки производится с помощью центробежного выключателя, реле времени, токового реле или вручную. При таком способе включения КАД возникают значительные пусковые моменты: $M_{\text{эпуск}} = (2,0-2,5)M_{\text{эн}}$. Варианты схем включения КАД представлены на рисунке 1, а и б.

2. Пусковая обмотка КАД включена в сеть постоянно. В качестве фазосдвигающего элемента используется рабочая емкость C_p , которая также выполняет роль и пусковой. Величину емкости C_p рассчитывают из условия получения кругового вращающегося магнитного поля в номинальном режиме работы или близком к нему. В этом случае включения КАД возникают небольшие пусковые моменты: $M_{\text{эпуск}} = (0,3-0,6)M_{\text{эн}}$. Схема включения такого КАД показана на рисунке 1, в.

3. С целью повышения величины пускового момента можно использовать две емкости, для этого параллельно C_p включают емкость $C_{\text{п}}$, называемую пусковой. Величину пусковой емкости рассчитывают из условия получения кругового вращающегося магнитного поля при пуске двигателя. После завершения процесса пуска пусковую емкость отключают, и КАД продолжает работать только с рабочим конденсатором. В этом случае включения КАД возникают значительные пусковые моменты: $M_{\text{эпуск}} = (2,0-2,2)M_{\text{эн}}$. Схема включения такого КАД изображена на рисунке 1, г.

Изучено и используется большое число схем включения КАД в однофазную сеть переменного тока, но несмотря на это обстоятельство, схемы включения КАД продолжают совершенствоваться, появляются все новые и новые технические решения, так как разработка и создание схем остается актуальной задачей [10].

В конденсаторных асинхронных двигателях широкое применение находит и автоматическое регулирование фазосдвигающих сопротивлений [7], а также использование нелинейных конденсаторов, насыщающихся трансформаторов.

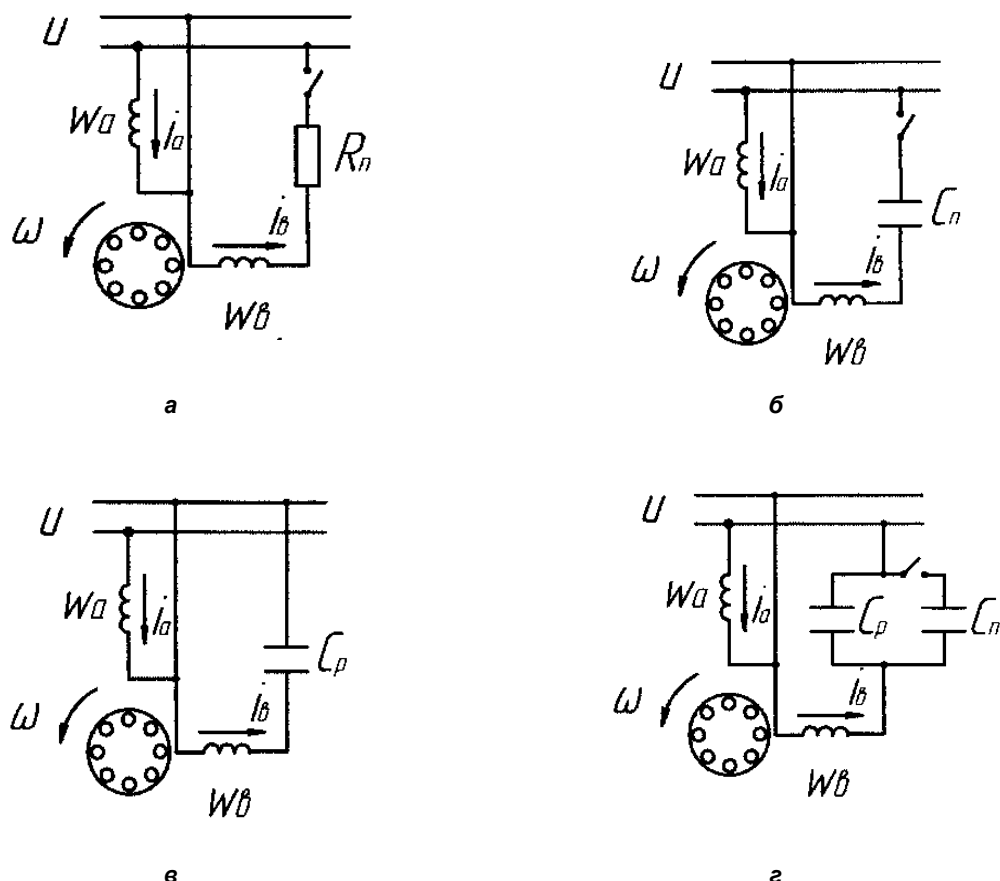


Рис. 1. Варианты схем включения КАД

В современной технической литературе математические модели различных схем включения конденсаторных асинхронных двигателей практически не встречаются, за исключением моделей наиболее распространенной схемы включения, поэтому в данной работе была поставлена задача разработать математические модели различных схем включения КАД и провести их сравнительный анализ. При этом в качестве фазосдвигающих элементов будем применять только емкости и активные сопротивления.

Математическое моделирование – это описание различных физических процессов, протекающих в электрической машине, например с помощью системы дифференциальных уравнений. Для моделирования ОАД нужно определить функциональную связь всех величин в различных режимах работы машины. Система дифференциальных уравнений, описывающая поведение ОАД, включает в себя уравнения равновесия напряжений обмоток и уравнение движения ротора [2, 4, 10].

При составлении уравнений равновесия напряжения сначала целесообразно использовать фазовую (естественную) систему координатных осей, где a и b – оси фаз обмотки статора, d и q – оси эквивалентных роторных обмоток [5]. Дифференциальные уравнения ОАД в такой системе координат нелинейные и содержат периодические коэффициенты, что существенно затрудняет решение системы, но его можно значительно упростить, если записать уравнения в ортогональной системе координат α , β , неподвижной относительно статора.

С целью снижения объема вычислений и ускорения практических расчетов систему дифференциальных уравнений ОАД в естественной (фазовой) системе координат нужно преобразовать в систему с постоянными коэффициентами. Чтобы избавиться от

периодических коэффициентов, в уравнениях обычно применяют метод преобразования координат, то есть используют линейные преобразования уравнений. Преобразование координат позволяет упростить уравнения и получить постоянные коэффициенты перед переменными, но не уменьшает число уравнений [1, 4, 5].

Схема включения КАД с двумя фазными обмотками статора, которые соединены параллельно, и рабочим конденсатором во вспомогательной обмотке наиболее распространена и достаточно изучена (приведена на рисунке 1, в). При дальнейшем изложении будем называть ее классической схемой включения КАД.

Математическую модель КАД, включенного в однофазную цепь синусоидального тока по классической схеме в системе координат α, β , составляют система уравнений (1) и уравнение электромагнитного момента (2):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_a}{d\tau} &= u_a \sin(\tau + \varphi_0) - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_{\alpha} \psi_a}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right), \\ \frac{d\psi_b}{d\tau} &= u_b \sin(\tau + \varphi_0) - u_k - r_b \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_{\beta} \psi_b}{x_m^2 - x_{\beta} x_b} \right), \\ \frac{d\psi_{\alpha\alpha}}{d\tau} &= \psi_{\beta\beta} \omega - r_{\alpha} \left(\frac{x_m \psi_a - x_a \psi_{\alpha\alpha}}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right), \\ \frac{d\psi_{\beta\beta}}{d\tau} &= -\psi_{\alpha\alpha} \omega - r_{\beta} \left(\frac{x_m \psi_b - x_b \psi_{\beta\beta}}{x_m^2 - x_{\beta} x_b} \right), \\ \frac{d\omega}{d\tau} &= \frac{1}{H} (M_{\text{эм}} - M_c), \\ \frac{du_c}{d\tau} &= x_c \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_{\beta} \psi_b}{x_m^2 - x_{\beta} x_b} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} M_{\text{эм}} &= (x_m^2 \psi_b \psi_{\alpha\alpha} - x_b x_m \psi_{\beta\beta} \psi_{\alpha\alpha} + x_b x_{\beta} \psi_{\beta\beta} \psi_a - x_m^2 \psi_{\beta\beta} \psi_a + \\ &+ x_a x_m \psi_{\beta\beta} \psi_{\alpha\alpha} - x_a x_{\beta} \psi_{\beta\beta} \psi_{\alpha\alpha}) x_m / ((x_m^2 - x_b x_{\beta})(x_m^2 - x_a x_{\alpha})). \end{aligned} \quad (2)$$

Далее рассмотрим схему включения КАД с двухфазными параллельно соединенными обмотками, где роль фазосдвигающего элемента, включенного в цепь вспомогательной обмотки, выполняет не рабочий конденсатор, а активное сопротивление R_p (рис. 2).

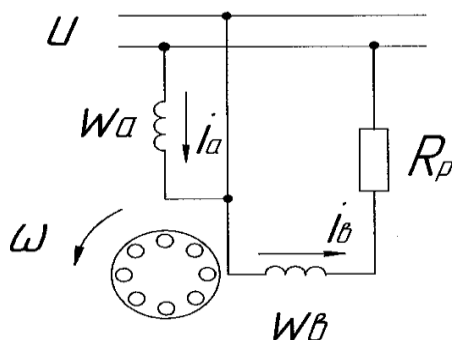


Рис. 2. Схема включения КАД с двухфазными параллельно соединенными обмотками и фазосдвигающим активным сопротивлением R_p

Система дифференциальных уравнений КАД для схемы включения в системе координат α, β , показанной на рисунке 2, записанная через потокосцепления обмоток статора и ротора и полученная на основе системы (1), после упрощения принимает следующий вид (3). В данном случае электромагнитный момент определяется по уравнению (2).

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_a}{d\tau} &= u_a \sin(\tau + \varphi_0) - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_3 \psi_a}{x_m^2 - x_3 x_a} \right), \\ \frac{d\psi_b}{d\tau} &= u_b \sin(\tau + \varphi_0) - (r_b + R_p) \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_3 \psi_b}{x_m^2 - x_3 x_b} \right), \\ \frac{d\psi_{\alpha\alpha}}{d\tau} &= \psi_{\beta\beta} \omega - r_3 \left(\frac{x_m \psi_a - x_a \psi_{\alpha\alpha}}{x_m^2 - x_3 x_a} \right), \\ \frac{d\psi_{\beta\beta}}{d\tau} &= -\psi_{\alpha\alpha} \omega - r_3 \left(\frac{x_m \psi_b - x_b \psi_{\beta\beta}}{x_m^2 - x_3 x_b} \right), \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{1}{H} (M_{\text{эм}} - M_c). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Чтобы получить круговое магнитное поле при любой скорости вращения, академик В.С. Кулебакин обосновал ряд схем включения КАД, которые отличаются от классической схемы тем, что обмотка вспомогательной фазы шунтируется либо активным сопротивлением, либо емкостью [6]. Схемы включения КАД, предложенные В.С. Кулебакиным, приведены на рисунке 3.

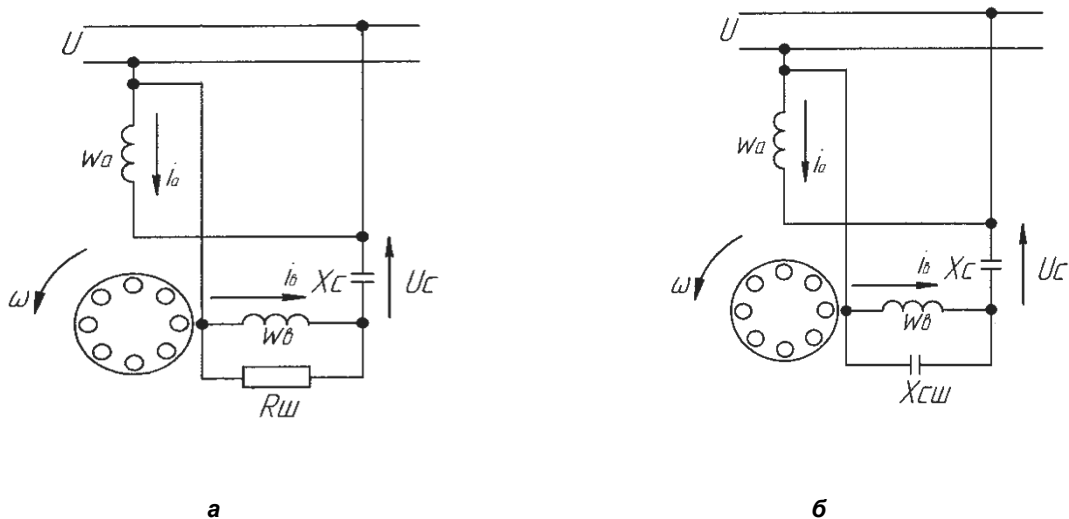


Рис. 3. Схемы включения КАД В.С. Кулебакина

В современной технической литературе не приводятся математические модели КАД, включаемых по схемам Кулебакина [9]. Математическая модель КАД, включаемого по схеме Кулебакина в системе координат α, β при шунтировании обмотки вспомогательной фазы активным сопротивлением $R_{\text{ш}}$ (рис. 3, а), записанная через потокосцепления обмоток, после упрощения принимает следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_a}{d\tau} &= u_a \sin(\tau + \varphi_0) - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_\alpha \psi_a}{x_m^2 - x_\alpha x_a} \right), \quad \frac{d\psi_b}{d\tau} = u_b \sin(\tau + \varphi_0) - u_c - r_b \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_\beta \psi_b}{x_m^2 - x_\beta x_b} \right), \\ \frac{d\psi_{\alpha\alpha}}{d\tau} &= \psi_{\beta\beta} \omega - r_\alpha \left(\frac{x_m \psi_a - x_a \psi_{\alpha\alpha}}{x_m^2 - x_\alpha x_a} \right), \\ \frac{d\psi_{\beta\beta}}{d\tau} &= -\psi_{\alpha\alpha} \omega - r_\beta \left(\frac{x_m \psi_b - x_b \psi_{\beta\beta}}{x_m^2 - x_\beta x_b} \right), \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{1}{H} (M_{\text{эм}} - M_c), \\ \frac{du_c}{d\tau} &= x_c \left[\left(1 + \frac{r_b}{R_{\text{ш}}} \right) \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_\beta \psi_b}{x_m^2 - x_\beta x_b} \right) + \frac{u_b \cos(\tau + \varphi_0) - u_c - r_b \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_\beta \psi_b}{x_m^2 - x_\beta x_b} \right)}{R_{\text{ш}}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Если же в качестве шунта используется конденсатор с емкостным сопротивлением $x_{\text{сш}}$ (рис. 3, б), то уравнения такой схемы в системе координат α, β , записанные через потокосцепления обмоток, полученные на основе системы (1), принимают вид (5).

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_a}{d\tau} &= u_a \sin(\tau + \varphi_0) - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_\alpha \psi_a}{x_m^2 - x_\alpha x_a} \right), \\ \frac{d\psi_b}{d\tau} &= u_b \sin(\tau + \varphi_0) - u_c - r_b \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_\beta \psi_b}{x_m^2 - x_\beta x_b} \right), \\ \frac{d\psi_{\alpha\alpha}}{d\tau} &= \psi_{\beta\beta} \omega - r_\alpha \left(\frac{x_m \psi_a - x_a \psi_{\alpha\alpha}}{x_m^2 - x_\alpha x_a} \right), \\ \frac{d\psi_{\beta\beta}}{d\tau} &= -\psi_{\alpha\alpha} \omega - r_\beta \left(\frac{x_m \psi_b - x_b \psi_{\beta\beta}}{x_m^2 - x_\beta x_b} \right), \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{1}{H} (M_{\text{эм}} - M_c), \\ \frac{du_c}{d\tau} &= x_c \left[\frac{u_{\text{сш}}}{x_{\text{сш}}} + \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_\beta \psi_b}{x_m^2 - x_\beta x_b} \right) \right], \\ \frac{du_{\text{сш}}}{d\tau} &= u_b \sin(\tau + \varphi_0) - u_c. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Следует отметить, что в системах уравнений (4) и (5) электромагнитный момент определяется по формуле (2).

Применение регулируемых емкостей в схемах, разработанных академиком В.С. Кулебакиным, позволяет обеспечить уравновешенный режим при любых соотношениях параметров, режимах и скоростях вращения двигателя. При этом мощность КАД может достигать 94% мощности трехфазного двигателя того же габарита [8, 11].

В КАД обмотки статора можно включать и последовательно, при таком способе соединения обмоток вспомогательная фаза шунтируется фазосдвигающим сопротивлением (активным или емкостным) (рис. 4).

Запишем систему дифференциальных уравнений КАД для схемы включения в системе координат α, β , в которой обмотки статора соединены последовательно и одна из фаз шунтируется активным сопротивлением (рис. 4, а), через потокосцепления обмоток в нормальном виде. Эта система также выводится на основе системы уравнений (1) и после упрощения принимает вид (6).

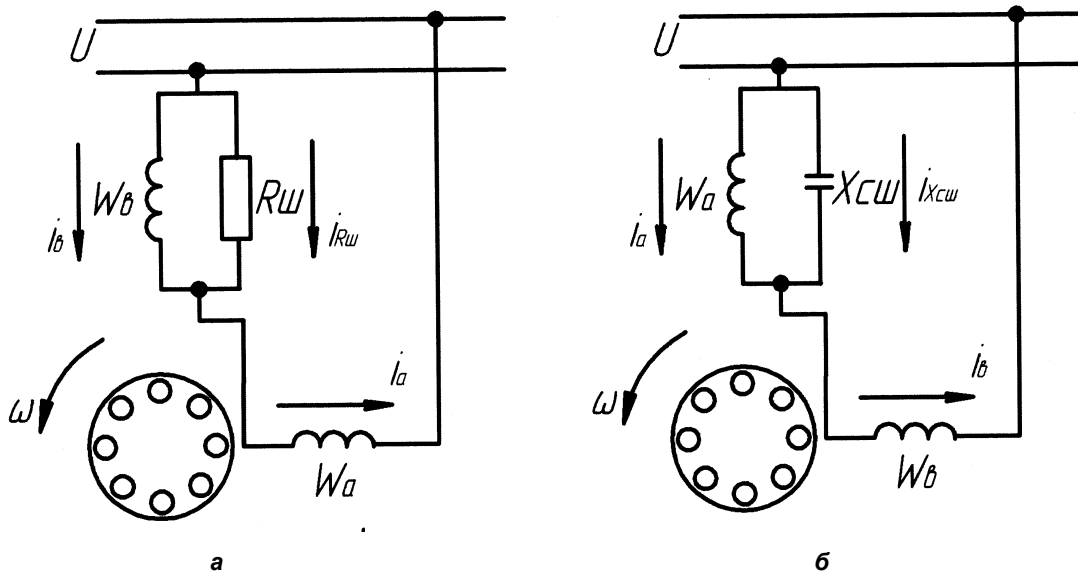


Рис. 4. Схемы включения КАД с двухфазными последовательно соединенными обмотками статора

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\psi_a}{d\tau} &= u \sin(\tau + \varphi_0) - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_{\alpha} \psi_a}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right) - \\
 &- R_{ш} \left[\left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_{\alpha} \psi_a}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right) - \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\beta} - x_{\alpha} \psi_B}{x_m^2 - x_{\alpha} x_B} \right) \right], \\
 \frac{d\psi_B}{d\tau} &= u \sin(\tau + \varphi_0) - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_{\alpha} \psi_a}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right) - \\
 &- r_B \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\beta} - x_{\alpha} \psi_B}{x_m^2 - x_{\alpha} x_B} \right) - \frac{d\psi_a}{d\tau}, \\
 \frac{d\psi_{\alpha\alpha}}{d\tau} &= \psi_{\alpha\beta} \omega - r_{\alpha} \left(\frac{x_m \psi_a - x_a \psi_{\alpha\alpha}}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right), \\
 \frac{d\psi_{\alpha\beta}}{d\tau} &= -\psi_{\alpha\alpha} \omega - r_{\alpha} \left(\frac{x_m \psi_B - x_B \psi_{\alpha\beta}}{x_m^2 - x_{\alpha} x_B} \right), \\
 \frac{d\omega}{d\tau} &= \frac{1}{H} (M_{эм} - M_c).
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Если же в схеме включения, в которой обмотки статора соединены последовательно, в качестве шунта одной из фаз используется конденсатор с емкостным сопротивлением $x_{сш}$ (рис. 4, б), то система уравнений такой схемы включения КАД в системе координат α, β , записанная через потокоцепления обмоток, полученная на основе системы (1), после упрощения принимает следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\psi_a}{d\tau} &= u_{\text{сш}} - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_{\alpha} \psi_a}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right), \\
 \frac{d\psi_b}{d\tau} &= u \sin(\tau + \varphi_0) - u_{\text{сш}} - r_b \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\beta} - x_{\alpha} \psi_b}{x_m^2 - x_{\alpha} x_b} \right), \\
 \frac{d\psi_{\alpha\alpha}}{d\tau} &= \psi_{\alpha\beta} \omega - r_{\alpha} \left(\frac{x_m \psi_a - x_a \psi_{\alpha\alpha}}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right), \\
 \frac{d\psi_{\alpha\beta}}{d\tau} &= -\psi_{\alpha\alpha} \omega - r_{\alpha} \left(\frac{x_m \psi_b - x_b \psi_{\alpha\beta}}{x_m^2 - x_{\alpha} x_b} \right), \\
 \frac{d\omega}{d\tau} &= \frac{1}{H} (M_{\alpha\text{м}} - M_c), \\
 \frac{du_{\text{сш}}}{d\tau} &= x_{\text{сш}} \left[\left(\frac{x_m \psi_{\alpha\beta} - x_{\alpha} \psi_b}{x_m^2 - x_{\alpha} x_b} \right) - \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_{\alpha} \psi_a}{x_m^2 - x_{\alpha} x_a} \right) \right].
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Для получения уравновешенного режима при любых скоростях вращения и соотношениях параметров схемы замещения в КАД с последовательно соединенными обмотками статора, где главная фаза шунтируется конденсатором с емкостным сопротивлением $x_{\text{сш}}$, можно применять дополнительное шунтирование вспомогательной фазы активным (рис. 5, а) или емкостным (рис. 5, б) сопротивлениями.

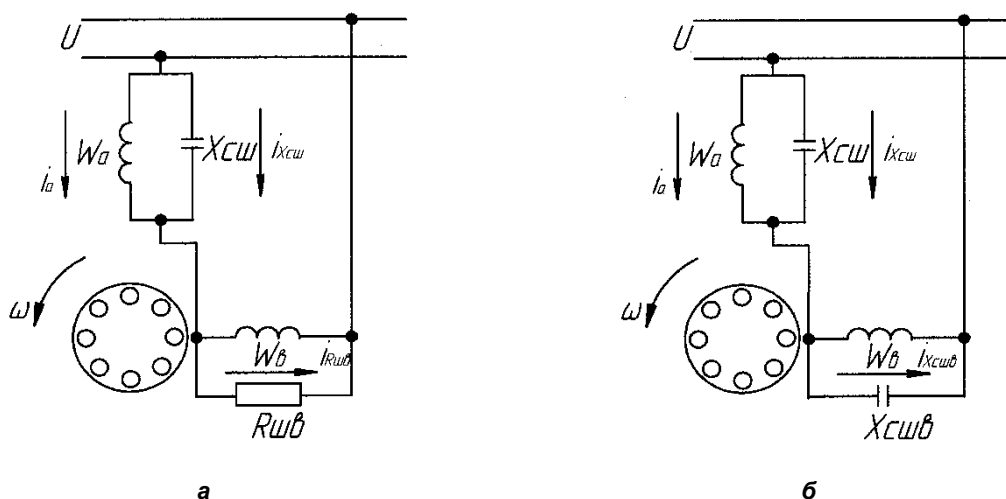


Рис. 5. Схема включения КАД с двухфазными последовательно соединенными обмотками и шунтами в обеих фазах

Запишем систему дифференциальных уравнений КАД для схемы включения в системе координат α, β , в которой обмотки статора соединены последовательно, при этом главная фаза шунтируется конденсатором с емкостным сопротивлением $x_{\text{сш}}$, а вспомогательная – активным сопротивлением (рис. 5, а), через потокоцепления обмоток статора и ротора в нормальном виде. Эта система выводится на основе системы уравнений (1) и после упрощения принимает следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\psi_a}{d\tau} &= u \sin(\tau + \varphi_0) - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_a \psi_a}{x_m^2 - x_a x_a} \right) - \\
 &- R_{\text{шв}} \left[u \sin(\tau + \varphi_0) + x_{\text{шв}} \left[\left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_a \psi_a}{x_m^2 - x_a x_a} \right) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_b \psi_b}{x_m^2 - x_b x_b} \right) \right] / R_{\text{шв}} + x_{\text{шв}} \right], \\
 \frac{d\psi_b}{d\tau} &= u_b \sin(\tau + \varphi_0) - u_{\text{шв}} - r_b \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_b \psi_b}{x_m^2 - x_b x_b} \right), \\
 \frac{d\psi_{\alpha\alpha}}{d\tau} &= \psi_{\beta\beta} \omega - r_a \left(\frac{x_m \psi_a - x_a \psi_{\alpha\alpha}}{x_m^2 - x_a x_a} \right), \\
 \frac{d\psi_{\beta\beta}}{d\tau} &= -\psi_{\alpha\alpha} \omega - r_b \left(\frac{x_m \psi_b - x_b \psi_{\beta\beta}}{x_m^2 - x_b x_b} \right), \\
 \frac{d\omega}{d\tau} &= \frac{1}{H} (M_{\text{эм}} - M_c), \\
 \frac{du_{\text{шв}}}{d\tau} &= x_{\text{шв}} \frac{u \sin(\tau + \varphi_0) - R_{\text{шв}} \left[\left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_a \psi_a}{x_m^2 - x_a x_a} \right) - \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_b \psi_b}{x_m^2 - x_b x_b} \right) \right]}{R_{\text{шв}} + x_{\text{шв}}}.
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Если же в схеме включения, описанной выше, в качестве шунта вспомогательной фазы используется конденсатор с емкостным сопротивлением $x_{\text{шв}}$ (рис. 5, б), то уравнения такой схемы включения КАД в системе координат α, β , записанные через потокосцепления обмоток, полученные на основе системы (1), принимают вид (9).

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\psi_a}{d\tau} &= u \sin(\tau + \varphi_0) - r_a \left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_a \psi_a}{x_m^2 - x_a x_a} \right) - u_{\text{шв}}, \\
 \frac{d\psi_b}{d\tau} &= u_b \sin(\tau + \varphi_0) - r_b \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_b \psi_b}{x_m^2 - x_b x_b} \right) - u_{\text{шв}}, \\
 \frac{d\psi_{\alpha\alpha}}{d\tau} &= \psi_{\beta\beta} \omega - r_a \left(\frac{x_m \psi_a - x_a \psi_{\alpha\alpha}}{x_m^2 - x_a x_a} \right), \\
 \frac{d\psi_{\beta\beta}}{d\tau} &= -\psi_{\alpha\alpha} \omega - r_b \left(\frac{x_m \psi_b - x_b \psi_{\beta\beta}}{x_m^2 - x_b x_b} \right), \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{1}{H} (M_{\text{эм}} - M_c), \\
 \frac{du_{\text{шв}}}{d\tau} &= x_{\text{шв}} (u \sin(\tau + \varphi_0) - x_{\text{шв}} \left[\left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_a \psi_a}{x_m^2 - x_a x_a} \right) - \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_b \psi_b}{x_m^2 - x_b x_b} \right) \right] / (x_{\text{шв}} + x_{\text{шв}})), \\
 \frac{du_{\text{швб}}}{d\tau} &= x_{\text{швб}} (u \sin(\tau + \varphi_0) + x_{\text{шв}} \left[\left(\frac{x_m \psi_{\alpha\alpha} - x_a \psi_a}{x_m^2 - x_a x_a} \right) - \left(\frac{x_m \psi_{\beta\beta} - x_b \psi_b}{x_m^2 - x_b x_b} \right) \right] / (x_{\text{шв}} + x_{\text{швб}})).
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Выводы

1. Установлено, что наличие периодических коэффициентов в дифференциальных уравнениях математической модели приводит к громоздким уравнениям, что существенно усложняет расчет. В связи с этим возникает необходимость их преобразования с целью получения системы уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Показано, что для получения системы уравнений с постоянными коэффициентами необходимо записать уравнения системы в ортогональной системе координат, неподвижной относительно статора, то есть в системе координат α, β .
3. Разработана математическая модель конденсаторного асинхронного двигателя, включенного в однофазную цепь синусоидального тока по классической схеме в системе координат α, β .
4. На базе математической модели в системе координат α, β и классической схемы включения конденсаторного асинхронного двигателя получены работоспособные математические модели различных схем включения однофазных асинхронных электроприводов в однофазную сеть, что позволяет выбрать оптимальную схему включения и ее фазосдвигающие элементы для конкретного режима работы.

Список источников

1. Арешян Г.Л. О корректной записи уравнений «обобщенной» двухфазной электрической машины в осях // Электричество. 1991. № 6. С. 43–47.
2. Беспалов В.Я., Мощинский Ю.А., Петров А.П. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат // Электричество. 2002. № 8. С. 33–39.
3. Иванов А.В., Меренков Д.А., Семенчуков Г.А. и др. Асинхронные конденсаторные двигатели повышенной мощности // Электротехника. 2002. № 8. С. 14–22.
4. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. Москва: Высшая школа, 2001. 327 с.
5. Копылов И.П., Фильц Р.В., Яворский Я.Я. Об уравнениях асинхронной машины в различных системах координат // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 1986. № 3. С. 22–33.
6. Кулебакин В.С. Об устранении асимметрии намагничивающих сил в конденсаторных асинхронных двигателях // Электричество. 1956. № 7. С. 15–18.
7. Мощинский Ю.А., Петров А.П. Оптимизация динамических режимов работы асинхронного конденсаторного двигателя с регулируемой емкостью // Электричество. 2000. № 8. С. 55–58.
8. Рудницкий Л.М., Стрипуновский У.М., Кныш С.Ю. и др. Выбор параметров фазосдвигающей RC-цепи в двухфазных асинхронных конденсаторных электродвигателях // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 1987. № 9. С. 65–69.
9. Тонн Д.А. Переходные и установившиеся режимы несимметричных асинхронных машин: монография. Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», 2011. 157 с.
10. Тонн Д.А. Уравнения несимметричных асинхронных двигателей, включаемых в однофазную сеть // Современные технологии в науке и образовании. СТНО-2017: сборник трудов международной научно-технической и научно-методической конференции: в 8 т. (Рязань, 01–03 марта 2017 г.). Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет, 2017. Т. 4. С. 128–132.
11. Усманходжаев Н.М. Методы регулирования скорости однофазных конденсаторных асинхронных двигателей. Москва: Энергия, 1980. 120 с.

References

1. Areshyan G.L. On the correct recording of the equations of a "generalized" two-phase electric machine in axes. *Elektrichestvo*. 1991;6:43-47. (In Russ.).
2. Bespalov V.Ya., Moshchinsky Yu.A., Petrov A.P. Mathematical model of an asynchronous motor in a generalized orthogonal coordinate system. *Elektrichestvo*. 2002;8:33-39. (In Russ.).
3. Ivanov A.V., Merenkov D.A., Semenchukov G.A. Asynchronous high-power capacitor motors. *Russian Electrical Engineering*. 2002;8:14-22. (In Russ.).
4. Kopylov I.P. Mathematical modeling of electric machines: textbook for universities. 3rd edition, revised and enlarged. Moscow: Vysshaya shkola Publishers; 2001. 327 p. (In Russ.).
5. Kopylov I.P., Filts R. V., Yavorsky Ya.Ya. On the equations of an asynchronous machine in various coordinate systems. *Russian Electromechanics*. 1986;3:22-33. (In Russ.).
6. Kulebakin V.S. On elimination of asymmetry of magnetizing forces in capacitor asynchronous motors. *Elektrichestvo*. 1956;7:15-18. (In Russ.).
7. Moshchinsky Yu.A., Petrov A.P. Optimization of dynamic operating modes of an asynchronous capacitor motor with adjustable capacity. *Elektrichestvo*. 2000;8:55-58. (In Russ.).
8. Rudnitsky L.M., Stripunovsky U.M., Knysh S.Yu. et al. Selection of parameters of a phase-shifting resistor-capacitor circuit in two-phase asynchronous capacitor electric motor. *Russian Electromechanics*. 1987;9:65-69. (In Russ.).
9. Tonn D.A. Transient and steady-state modes of asymmetric asynchronous machines: monograph. Voronezh: Voronezh State Technical University Publishers; 2011. 157 p. (In Russ.).
10. Tonn D.A. Equations of asymmetric asynchronous motors connected to a single-phase network. In: Modern Technologies in Science and Education. MTSE-2017: Proceedings of International Research & Technical and Research & Methodological Conference: in 8 vols. (Ryazan, March 01-03, 2017). Ryazan: Ryazan State Radio Engineering University Publishers. 2017;4:128-132. (In Russ.).
11. Usmankhodzhaev N.M. Methods of speed control of single-phase capacitor asynchronous motors. Moscow: Energiya Publishers; 1980. 120 p. (In Russ.).

Информация об авторах

Д.А. Тонн – кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода, автоматизации и управления в технических системах ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», tonnda@yandex.ru.

А.К. Муконин – кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода, автоматизации и управления в технических системах ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», mukonin_ak@mail.ru.

В.А. Трубецкой – кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода, автоматизации и управления в технических системах ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», viktortrubetskoi@yandex.ru.

Н.В. Прибылова – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники и автоматизации ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», n.pribylova@mail.ru.

А.В. Кононенко – кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода, автоматизации и управления в технических системах ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», anastkononenko@yandex.ru.

Information about the authors

D.A. Tonn, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Electric Drive, Automation and Control in Engineering Systems, Voronezh State Technical University, tonnda@yandex.ru.

A.K. Mukonin, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Electric Drive, Automation and Control in Engineering Systems, Voronezh State Technical University, mukonin_ak@mail.ru.

V.A. Trubetskoy, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Electric Drive, Automation and Control in Engineering Systems, Voronezh State Technical University, viktortrubetskoi@yandex.ru.

N.V. Pribylova, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Electrical Engineering and Automation, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, n.pribylova@mail.ru.

A.V. Kononenko, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Electric Drive, Automation and Control in Engineering Systems, Voronezh State Technical University, anastkononenko@yandex.ru.

Статья поступила в редакцию 20.01.2025; одобрена после рецензирования 25.03.2025; принята к публикации 26.03.2025.

The article was submitted 20.01.2025; approved after reviewing 25.03.2025; accepted for publication 26.03.2025.

© Тонн Д.А., Муконин А.К., Трубецкой В.А., Прибылова Н.В., Кононенко А.В., 2025