

4.3.1. ТЕХНОЛОГИИ, МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

Научная статья

УДК 62-838

DOI: 10.53914/issn2071-2243_2026_1_108

EDN: HWOODY

Определение динамических характеристик крутильных колебаний многомассовой системы трактора тягового класса 0,6

Сергей Евгеньевич Сенькевич¹, Захид Адыгезалович Годжаев²,
Екатерина Николаевна Ильченко³, Илья Сергеевич Алексеев^{4✉}

¹ Московский политехнический университет, Москва, Россия

² Центральный ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательский автомобильный и автомоторный институт «НАМИ», Москва, Россия

^{3, 4} Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ, Москва, Россия

⁴ dreeddog@mail.ru✉

Аннотация. Представлены результаты расчетно-теоретического исследования динамических процессов в силовой передаче трактора сельскохозяйственного назначения тягового класса 0,6 (на примере Т-25) с классической компоновкой серийного исполнения, классической компоновкой с электродвигателем (ЭД) и с упругодемпфирующим механизмом (УДМ) в силовой передаче. Разработаны укрупненные расчетные схемы силовой передачи трактора класса 0,6 с 9 и 11 массами, которые в процессе исследования были редуцированы до 6-массовых, что позволило определить частоты и формы собственных и вынужденных колебаний, резонансные частоты, а также добротность колебательной системы. Для нахождения собственных круговых частот был использован способ, основанный на решении частотного уравнения в матричном виде. Полученные данные свидетельствуют об изменении показателей при сравнении их с классической компоновкой (трактор с ДВС). Оснащение трактора упругодемпфирующим механизмом (УДМ) позволяет смещать собственные частоты, а замена силовой установки на электродвигатель (ЭД) позволяет изменять амплитуды собственных частот. Установка электродвигателя и упругодемпфирующего механизма позволила изменить частоту собственных колебаний для трактора с ЭД до 46% в высокочастотную область, для трактора с УДМ – до 33% в низкочастотную область. Анализ средних величин рассчитанной добротности для всех масс серийного и опытного тракторов в затухающей колебательной системе позволяет сделать вывод, что этот показатель для серийного трактора всегда больше, чем для тракторов с УДМ и с ЭД, соответственно на 58 и 63%. Расчетами подтверждается то, что и электродвигатель, и упругодемпфирующий механизм являются эффективными средствами стабилизации динамических нагрузок.

Ключевые слова: сельскохозяйственный трактор, двигатель, упругодемпфирующий механизм, электропривод, силовая передача, колебания

Для цитирования: Сенькевич С.Е., Годжаев З.А., Ильченко Е.Н., Алексеев И.С. Определение динамических характеристик крутильных колебаний многомассовой системы трактора тягового класса 0,6 // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2026. Т. 19, № 1(88). С. 108–123. https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2026_1_108-123.

4.3.1. TECHNOLOGIES, MACHINERY AND EQUIPMENT FOR AGRO-INDUSTRIAL COMPLEX (ENGINEERING SCIENCES)

Original article

Determination of the dynamic characteristics of torsional vibrations of a multi-mass tractor system of the 0.6 drawbar category

Sergey E. Senkevich¹, Zakhid A. Godzhaev², Ekaterina N. Ilchenko³, Iliya S. Alekseev^{4✉}

¹ Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia

² Central Scientific Research Automobile and Automotive Engines Institute NAMI, Moscow, Russia

^{3, 4} Federal Scientific Agroengineering Center VIM, Moscow, Russia

⁴ dreeddog@mail.ru✉

Abstract. The authors present the results of a computational and theoretical study of dynamic processes in the power transmission of an agricultural tractor of the 0.6 drawbar category (based on the T-25 tractor) with a classic layout, a classic layout with an electric motor (EM), and with an elastic damper mechanism (EDM) in the power transmission. Structure flowcharts of power transmission of the chosen tractor with 9 and 11 masses were developed, which were reduced to 6-mass in the course of the study, which allowed to determine the frequencies and shapes of natural and forced vibrations, resonant frequencies, as well as the quality factor of the oscillating system. To find the free-running circular frequencies, a method based on solving the frequency equation in matrix form was used. The obtained data indicate changes in the parameters when compared with the classical layout (a tractor with an internal combustion engine). Equipping the tractor with an elastic damper mechanism (EDM) makes it possible to shift free-running frequencies, and replacing the power unit with an electric motor (EM) changes the

amplitudes of free-running frequencies. Installing an electric motor and an elastic damper mechanism changed free-running frequency of the tractor with an electric motor by up to 46% in the high-frequency region, and for the tractor with an elastic damper mechanism, it was changed by up to 33% in the low-frequency region. An analysis of the average values of the calculated quality factor for all masses of the serial and experimental tractors in a damped oscillatory system allows for the conclusion that this indicator for the serial tractor is always greater than for the tractor with an elastic damper mechanism and an electric motor, respectively, by 58% and 63%. The calculations confirm that both the electric motor and the elastic damper mechanism are effective means of stabilizing dynamic loads.

Keywords: agricultural tractor, engine drive, elastic damper mechanism, electric drive, power transmission, vibrations

For citation: Senkevich S.E., Godzhaev Z.A., Ilchenko E.N., Alekseev I.S. Determination of the dynamic characteristics of torsional vibrations of a multi-mass tractor system of the 0.6 drawbar category. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Vestnik of Voronezh State Agrarian University*. 2026;19(1):178-188. (In Russ.). https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2026_1_108-123.

В настоящее время в сфере сельского хозяйства появились запросы на экологичность применяемых технологий и технических средств, а также использование альтернативных источников энергии для повышения экономичности и эффективности управления мобильными энергетическими средствами (МЭС). Процессы совершенствования МЭС (в частности, обеспечение устойчивости движения технико-технологической системы) базируются на понимании того, что важными параметрами, определяющими характеристики различных конструкций (в том числе трактора), являются собственная частота и форма колебаний. Зная эти параметры, проектировщики могут разрабатывать конструкции, при работе которых на длительных эксплуатационных режимах не возникали бы частоты, близкие к резонансным. При этом изменение спектра частоты собственных колебаний системы может служить в качестве признака появления и развития дефекта.

Развитие тракторостроения идет по пути снижения вредных выбросов и повышения уровня автоматизации, что затруднительно при использовании традиционных ДВС [8]. Перспективными решениями являются совершенствование силовой передачи или переход на электродвигатели (ЭД). В странах с развитой экономикой (США, Китай, Индия, страны Европы) электрификация тракторов стала приоритетным направлением, так как электропривод упрощает внедрение цифровых технологий. Например, интеллектуальная система управления балластом, описанная S. Zhang et al., по результатам моделирования в MATLAB/Simulink позволила снизить пробуксовку колес на 10,3% и повысить устойчивость машины [31]. Теоретические аспекты функционирования электромеханических трансмиссий и методики анализа их параметров также детально рассматриваются в работах Д.С. Солдатенко [24].

Эффективность колесных тракторов, в том числе малого класса тяги, определяется минимизацией энергозатрат и ростом производительности [5]. Ключевым направлением здесь является модернизация силовых установок и передач. Важную роль играет способность трансмиссии поглощать крутильные колебания и демпфировать нагрузки. Применение упругодемпфирующих механизмов (УДМ) значительно повышает эффективность мобильных энергетических средств [9, 10, 11, 12], что подтверждают результаты исследований И.П. Попова [18], В.А. Кравченко с соавторами [10, 12, 29], С.Е. Сенькевича с соавторами [22, 23] и др.

Многие исследования посвящены поиску путей совершенствования современных образцов тракторной техники на основе изучения таких характеристик, как собственная частота и форма колебаний, а также определения этих динамических параметров для разных технологических систем. Например, К.Ю. Кравченко с соавторами представляют операционный модальный анализ для определения собственных частот колебаний технологической системы при фрезеровании [13]. М.Ф. Гарифуллин приводит определение параметров для упругой конструкции модифицированным итерационным методом [4].

Подобные расчеты актуальны для всех узлов транспортных средств: П.С. Григорьев отмечает важность учета форм колебаний для устойчивости оболочек цистерн [6], Р.В. Гучинский предлагает оптимизацию жесткости кузова вагона для снижения его массы [7]. С.М. Белинис разработал методику расчета колебаний ротора через уравнения Лагранжа [3], а W. Ding et al. исследуют колебания потока цилиндрических эле-

ментов с помощью уравнений Навье-Стокса [27]. С.В. Нестеров экспериментально подтвердил, что изменение собственных форм колебаний позволяет выявлять деградацию сечения деталей до их разрушения [16]. И.Ф. Кожевников проанализировал частоты вращающейся нагруженной шины [9], B.S. Kim et al. смоделировали вибрацию шин как круглую балку, определив влияние давления на коэффициент демпфирования [28]. Особое внимание уделяется подвижным конструкциям на транспортном средстве. I. Tomoyuki указывает на необходимость отстройки собственных частот манипуляторов во избежание резонанса [30], А.К. Толстошеева применяет программный комплекс «Универсальный механизм» для моделирования плоских манипуляторов [26].

В контексте заявленной темы наибольший интерес представляют исследования, посвященные машинам и непосредственно тракторам. Р.М. Айнбиндер, используя метод расчета собственных частот передней и задней подвесок грузового автомобиля с учетом веса груза, особое внимание уделяет опасным смещениям закрепленного груза на грузовой платформе [1]. Для сельскохозяйственных машин В.Б. Попов предлагает алгоритм определения частот сложных разветвленных трансмиссий с учетом коэффициента запаса прочности [17].

На основе проведенного анализа опубликованных источников информации следует подчеркнуть, что решая комплексную задачу по улучшению конструкции трактора, обязательно следует учитывать тот факт, что любая модернизация узлов изменяет динамические характеристики всей системы. Следовательно, расчет частот и форм колебаний является обязательным этапом проектирования новой или совершенствования существующей мобильной техники.

Цель проведенного исследования заключалась в определении частот и форм собственных крутильных колебаний трактора тягового класса 0,6 как многомассовой системы с различными силовыми установками и дополнительным устройством для изменения динамических свойств системы. Работа является продолжением исследований, начатых в публикациях [20, 21].

Материалы и методы

Каждая система имеет довольно большое количество частот свободных колебаний, которые образуют спектр. Каждой частоте собственных колебаний соответствует своя форма колебаний. Форма колебаний определяется картиной знакопеременных смещений или прогибов и положением узловых линий. В узловых линиях перемещения бесконечно малы и считаются нулевыми. По разные стороны узловых линий смещения колеблющихся участков находятся в противофазе. Совокупность форм колебаний системы образует спектр форм. В зависимости от способа соединения элементов системы изменяется спектр частот и форм колебаний.

Крутильные колебания в сложных механических системах являются теми важными динамическими процессами, исследование которых требует привлечения современных методов. К ним относятся матричные методы, позволяющие наиболее просто представить все расчетные уравнения и полученные результаты. Матричные формы записи уравнений движения крутильно-колебательной системы со многими степенями свободы удобны для расчетов по определению амплитудно-частотных характеристик при помощи ЭВМ.

Существуют различные методы расчета частот и форм собственных колебаний [14, 15]. Из всего множества при исследовании разрабатываемой системы нами принят за основу метод, описанный В.А. Лашко и М.В. Лейбовичем [14].

При выполнении расчетных исследований крутильно-колебательной системы силовой передачи трактора разработаны и сравниваются две укрупненные динамические модели силовой передачи трактора тягового класса 0,6 на примере трактора сельскохозяйственного назначения марки Т-25, который используется для выполнения различных видов сельскохозяйственных и транспортных работ: для предпосевной обработки почвы, посева, посадки овощей, ухода за посевами, междурядной обработки овощных культур и садов, уборки сена и др.

В качестве объекта исследования выбран трактор с приводом на два задних колеса. На рисунке 1 приведены динамические схемы крутильно-колеблющихся систем. Сравниваются две укрупненные схемы силовой передачи трактора тягового класса 0,6.

Первая схема состоит из 9 масс (рис. 1, а) и включает в себя элементы, которые описывают трактор с двигателем внутреннего сгорания (ДВС) и с электродвигателем (ЭД).

Вторая схема состоит из 11 масс (рис. 1, б). Следует отметить, что 11-массовую схему получили путем добавления в 9-массовую упругодемпфирующего механизма (УДМ).

Таким образом, в настоящей работе рассматриваются три системы:

- первая – классическая – ДВС с серийной силовой передачей;
- вторая – ЭД с серийной силовой передачей;
- третья – ДВС с силовой передачей, в которой установлен УДМ.

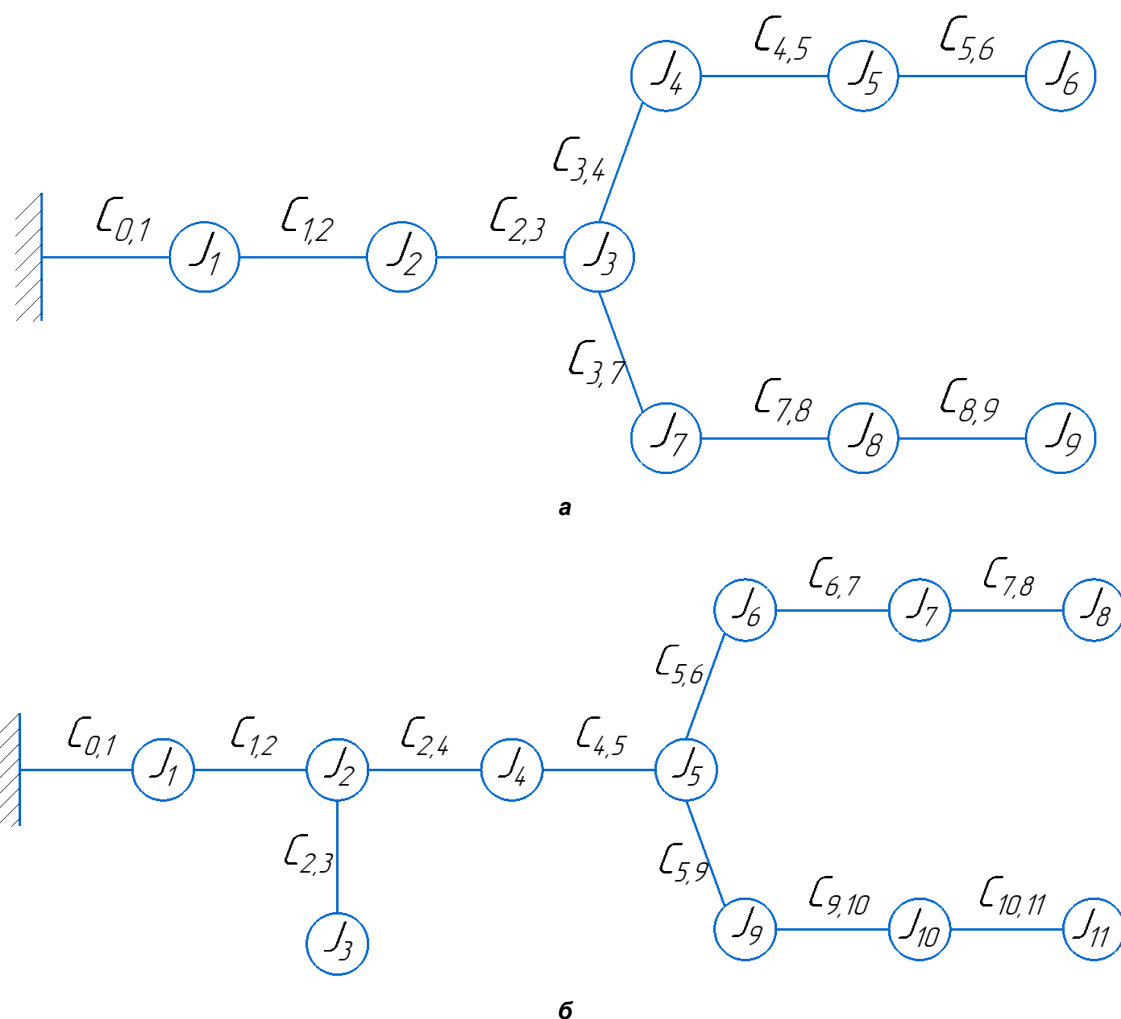


Рис. 1. Динамические схемы крутильно-колеблющихся систем:

- а) для трактора без УДМ: J_1 – момент инерции двигателя; J_2 – момент инерции валов коробки перемены передач; J_3 – момент инерции валов главной передачи и дифференциала; J_4 и J_7 – моменты инерции бортового редуктора и диска колеса; J_5 и J_8 – моменты инерции шины вместе с воздухом; J_6 и J_9 – моменты инерции поступательно движущейся массы трактора соответственно правого и левого борта;
- б) для трактора с УДМ: J_1 – момент инерции двигателя; J_2 – момент инерции водила планетарного редуктора, сателлитов, первичного вала коробки перемены передач; J_3 – момент инерции солнечной шестерни планетарного редуктора (включая привод масляного насоса); J_4 – момент инерции валов коробки перемены передач; J_5 – момент инерции валов главной передачи и дифференциала; J_6 и J_9 – моменты инерции бортового редуктора и диска колеса; J_7 и J_{10} – моменты инерции шины вместе с воздухом; J_8 и J_{11} – моменты инерции поступательно движущейся массы трактора соответственно правого и левого борта

Эквивалентная схема крутильно-колеблющейся системы состоит в общем случае из 9 и 11 масс с моментами инерции J , соединенных между собой безынерционным валом с жесткостями между массами C . В качестве упрощения можно считать, что трение в системе отсутствует; все нелинейные элементы системы линеаризованы, а колебания масс происходят с малыми амплитудами [14, 15].

Наименования элементов системы рисунка 1 и значения моментов инерции элементов крутильно-колеблющейся системы представлены в таблице 1, где символом J_i обозначен момент инерции i -й массы, приведенный к условному валу.

Таблица 1. Значения моментов инерции элементов системы

9 масс № узла	11 масс № узла	Наименование узла	Момент инерции узла, J_i , кг·м ²
1	1	Двигатель	1,34
–	2	Водило планетарного редуктора, сателлиты, первичный вал КПП в сборе	0,0011
–	3	Солнечная шестерня планетарного редуктора (включая привод масляного насоса)	0,0013
2	4	Валы коробки перемены передач	0,04
3	5	Главная передача и дифференциал	0,11
4	6	Бортовой редуктор и диск колеса	2,27
5	7	Шина вместе с воздухом	12,35
6	8	Поступательно движущаяся масса трактора правого борта	218,57
7	9	Бортовой редуктор и диск колеса	2,27
8	10	Шина вместе с воздухом	12,35
9	11	Поступательно движущаяся масса трактора левого борта	218,57

Наименования участков между узлами системы рисунка 1 и значения коэффициентов жесткости крутильно-колеблющейся системы представлены в таблице 2, где символом $C_{i,i+1}$ обозначена крутильная жесткость участка между узлами.

Таблица 2. Значения коэффициентов жесткости системы

9 масс № участка	11 масс № участка	Наименование участка	Крутильная жесткость участка, $C_{i,i+1}$, Н·м/рад	
			9 масс	11 масс
1–2	1–2	Демпфер муфты сцепления	$7,080 \cdot 10^3$	$7,080 \cdot 10^3$
–	2–3	Зубчатое зацепление сателлитов с валом водила в сборе (элементы планетарного редуктора)	–	$1,7690 \cdot 10^4$
–	2–4	Зубчатое зацепление солнечной шестерни планетарного редуктора с приводом масляного насоса	–	$1,291 \cdot 10^5$
2–3	4–5	Валы коробки перемены передач	$3,270 \cdot 10^5$	$3,270 \cdot 10^5$
3–4	5–6	Вал полуоси	$1,122 \cdot 10^6$	$1,122 \cdot 10^6$
4–5	6–7	Зубчатое зацепление бортового редуктора	$0,873 \cdot 10^6$	$0,873 \cdot 10^6$
5–6	7–8	Шина вместе с воздухом	$0,254 \cdot 10^6$	$0,254 \cdot 10^6$
3–7	5–9	Вал полуоси	$1,122 \cdot 10^6$	$1,122 \cdot 10^6$
7–8	9–10	Зубчатое зацепление бортового редуктора	$0,873 \cdot 10^6$	$0,873 \cdot 10^6$
8–9	10–11	Шина вместе с воздухом	$0,254 \cdot 10^6$	$0,254 \cdot 10^6$

Для упрощения расчетов необходимо все массы движущихся узлов привести к коленчатому валу двигателя, применив известную формулу [2, 19, 25].

Для 9 масс полное передаточное отношение силовой передачи от коленчатого вала двигателя до бортового редуктора составляет $i_{sp} = 83,31$.

Определены также следующие значения передаточного отношения:

- понижающего редуктора $i_{\text{пон.ред.}} = 1,45$;
- коробки перемены передач на шестой передаче $i_{\text{кпп}} = 3,165$;
- главной передачи и дифференциала $i_{\text{гл.п.,диф.}} = 3,42$;
- бортового редуктора $i_{\text{борт.ред.}} = 5,308$.

Для корректного сравнения обе схемы требуется привести к единым условиям. В этом случае 9- и 11-массовую схемы следует редуцировать до 6-массовых схем. Для этого можно применить способ парциальных систем, по которому любую рядную динамическую модель можно разбить на парциальные системы. Последовательность проведения редуцирования схем подробно приведена в справочной литературе [15].

Результат редуцирования показан на рисунке 2.

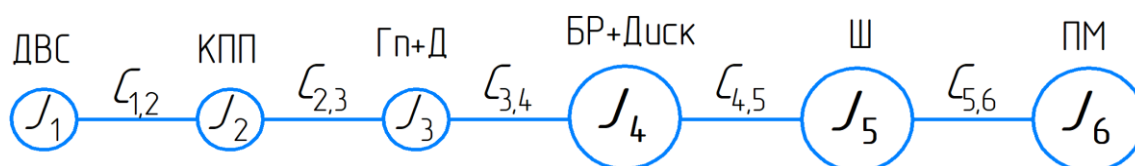


Рис. 2. Результат редуцирования 9-массовой системы до 6-массовой:

ДВС – момент инерции двигателя внутреннего сгорания; КПП – момент инерции коробки перемены передач в сборе; Гп+Д – момент инерции главной передачи и дифференциала; БР+Диск – момент инерции бортовых редукторов и дисков колес; Ш – момент инерции шин ведущих колес вместе с воздухом; ПМ – приведенный момент инерции поступательно движущейся массы трактора

Далее были выполнены расчеты для 6-массовых систем с ДВС и с ЭД, а также – с ДВС и УДМ. Символом J_{id}^{np} обозначены моменты инерции i -й массы, приведенные к коленчатому валу двигателя ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$), а символом C_{ik}^{np} – крутильные жесткости участка между узлами, приведенные к коленчатому валу двигателя ($\text{Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$), значения которых представлены соответственно в таблицах 3, 5 и 4, 6. Для трактора с ЭД изменяется только момент инерции двигателя ($J_1 = 0,2$), а в остальном значения остаются такими же, как и у системы с ДВС.

Таблица 3. Приведенные моменты инерции для 6-массовой системы с ДВС и ЭД

№ массы	Редуцирование	ДВС, J_{id}^{np} , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$	ЭД, J_{id}^{np} , $\text{кг}\cdot\text{м}^2$
1	1	1,34	0,20
2	2	0,04	0,04
3	3	0,03592	0,03592
4	4 + 7	0,18909	0,18909
5	5 + 8	0,18471	0,18471
6	6 + 9	3,26892	3,26892

Таблица 4. Приведенные коэффициенты жесткости для 6-массовой системы с ДВС и ЭД

№ массы	Редуцирование	C_{ik}^{np} , $\text{Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$
1; 2	1; 2	7080,00
2; 3	2; 3	106775,51
3; 4	3; 4 + 3; 7	46730,53
4; 5	4; 5 + 7; 8	36359,85
5; 6	5; 6 + 8; 9	1899,40

Таблица 5. Приведенные моменты инерции для 6-массовой системы с УДМ

№ массы	Редуцирование	J_{id}^{np} , кг·м ²
1	1	1,34
2	2 + 3 + 4	0,023657
3	5	0,017084
4	6 + 9	0,089935
5	7 + 10	0,087851
6	8 + 11	1,554778

Таблица 6. Приведенные коэффициенты жесткости для 6-массовой системы с УДМ

№ массы	Редуцирование	C_{jk}^{np} , Н·м/рад
1; 2	1; 2; 3; 4	2058,650
2; 3	2; 3; 4; 5	15381,194
3; 4	5; 6 + 5; 9	22226,173
4; 5	6; 7 + 9; 10	3105,003
5; 6	7; 8 + 10; 11	903,403

Расчет параметров собственных частот и форм колебаний, вычисляемых с использованием матриц распределения масс и матриц жесткости, производится согласно [25] по формуле

$$[A] \left\{ \frac{d\dot{\varphi}}{dt} \right\} + [C] \{\varphi\} = 0, \quad (1)$$

где $[A]$ – матрица моментов инерции;

$[C]$ – матрица крутильной жесткости;

φ и $\dot{\varphi}$ – обобщенные координаты и обобщенные ускорения крутильной системы с n степенями свободы соответственно [25].

С учетом вышеприведенных зависимостей система дифференциальных уравнений, предназначенная для определения собственных частот n -массовой системы [14, 15, 19], имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{1;2}(\varphi_1 - \varphi_2) &= 0; \\
 J_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{1;2}(\varphi_1 - \varphi_2) + c_{2;3}(\varphi_2 - \varphi_3) &= 0; \\
 \dots\dots\dots \\
 J_i \ddot{\varphi}_i - c_{i-1}(\varphi_{i-1} - \varphi_i) + c_{i;i+1}(\varphi_i - \varphi_{i+1}) &= 0; \\
 \dots\dots\dots \\
 J_{n-1} \ddot{\varphi}_{n-1} - c_{n-2;n-1}(\varphi_{n-2} - \varphi_{n-1}) + c_{n-1;n}(\varphi_{n-1} - \varphi_n) &= 0; \\
 J_n \ddot{\varphi}_n - c_{n-1;n}(\varphi_{n-1} - \varphi_n) &= 0.
 \end{aligned} \quad (2)$$

Каждое из уравнений системы имеет привязку к конкретной i -й сосредоточенной массе расчетной схемы. Согласно системе уравнений, если i -я масса в момент времени t повернулась относительно $(i - 1)$ -й на некоторый угол $\varphi_i - \varphi_{i-1}$, то на участке валопровода $(i - 1)$ образуется мгновенный крутящий момент от сил упругости, равный $c_{i-1;i}(\varphi_i - \varphi_{i-1})$ и действующий на массу J_i в сторону, обратную вращению массы. Если в то же самое время масса J_{i+1} повернулась относительно массы J_i на угол $\varphi_{i+1} - \varphi_i$ и на участке $(i; i + 1)$ образовался упругий крутящий момент $c_{i;i+1}(\varphi_{i+1} - \varphi_i)$, действующий на массу в сторону ее вращения, по принципу Даламбера эти два упругих момента уравновешиваются величиной момента $J_i \ddot{\varphi}_i$.

Определение резонансных частот системы

Одним из способов поиска резонансных частот является способ построения частотных диаграмм, которые облегчают определение резонирующих гармоник крутящего

момента в диапазоне рабочих режимов двигателя и нахождение частот, при которых возникает резонанс в той или иной форме колебаний. Условие резонанса:

$$\omega_c = p_k = k \cdot \omega_{дв}, \quad (3)$$

где ω_c – частота свободных колебаний;

p_k – частота вынужденных колебаний;

k – гармоника;

$\omega_{дв}$ – угловая скорость вращения коленчатого вала двигателя.

Чтобы охарактеризовать потери энергии в колебательной системе используется величина, называемая добротностью.

$$Q = \pi \cdot N_e = \frac{\pi}{\delta}, \quad (4)$$

где δ – декремент затухания, или логарифмический декремент колебаний, описывающий уменьшение амплитуды колебательного процесса; равен натуральному логарифму отношения двух последовательных (или отстоящих друг от друга на некоторое целое количество периодов) амплитуд.

Результаты и их обсуждение

С помощью построения частотных диаграмм были получены собственные круговые частоты ω , значения которых представлены в таблице 7.

Таблица 7. Собственные круговые частоты 6-массовой системы с ДВС, ЭД и УДМ

Собственные круговые частоты, ω , рад/с			
№ строки	ДВС	ЭД	УДМ
0	0	0	0
1	36	57	26
2	146	210	115
3	577	579	268
4	957,72	959,04	733,23
5	2549,34	2549,40	1626,16

Номером 0 в таблице 7 обозначены корни, равные или практически равные нулю, амплитуды для которых равны 1. В дальнейших расчетах эти корни не участвуют.

Исходные данные (моменты инерции J и жесткости C), а также корни ω добавляем (поочередно) в уравнение разложения определителя [14] для проведения расчетов. После расчета всех коэффициентов разложения определителя I_i их следует подставить в уравнение рекуррентной формулы [14, 15], решение которого дает квадраты круговой частоты w . Взяв корень из w , получаем собственные круговые частоты ω .

Для построения графиков формы колебаний следует определить относительные амплитуды a_i . Так как коэффициенты распределения определяются по выражению $\mu_i = \frac{a_i}{a_1}$, то относительные амплитуды $a_i = \mu_i \cdot a_1$.

С учетом того, что a_1 принимается равной 1,0 ($a_1 = 1,0$), то относительные амплитуды равны коэффициентам распределения $a_i = \mu_i$. Значения относительных амплитуд для каждой системы представлены в таблицах 8, 9 и 10.

Таблица 8. Относительные амплитуды колебаний для 6-массовой системы с ДВС

№	Относительная амплитуда a при различных собственных частотах ω , рад/с				
	1	2	3	4	5
	36	146	577	957,72	2549,34
1	1	1	1	1	1
2	-1,9861	11,1538	-0,1845	-0,0248	-0,0005
3	-1,4905	-34,1029	11,4486	4,2848	0,6079
4	-1,4569	-36,8299	10,7907	3,0982	-0,8318
5	-1,3787	-42,4539	6,5238	-1,7972	0,0340
6	-1,2687	-44,9488	-10,2657	0,4837	-0,0027

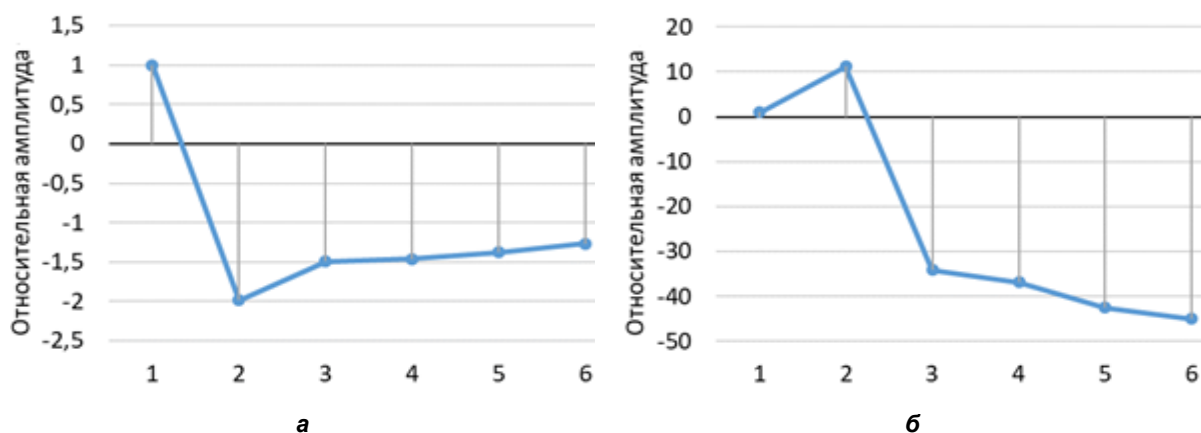
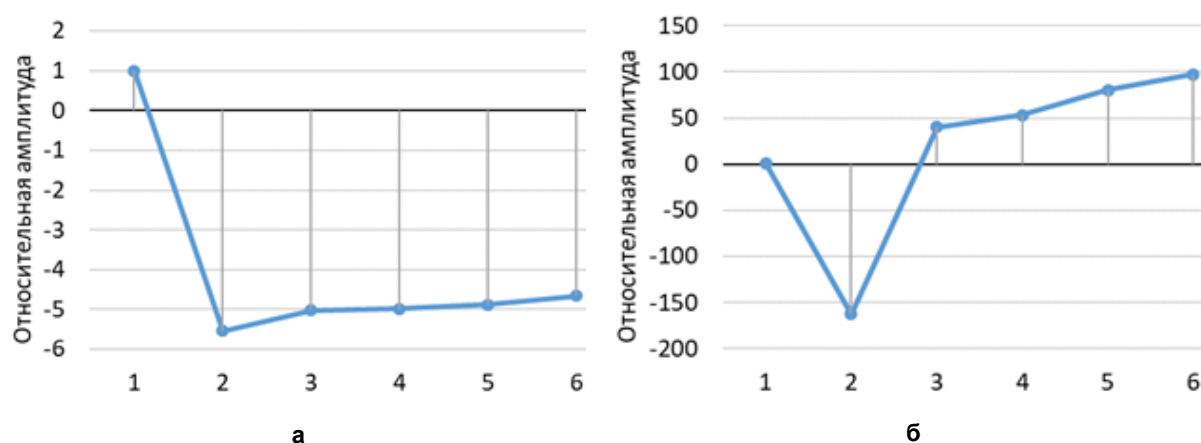
Таблица 9. Относительные амплитуды колебаний для 6-массовой схемы ЭД

№	Относительная амплитуда a при различных собственных частотах ω , рад/с				
	1	2	3	4	5
	57	210	579	959,04	2549,40
1	1	1	1	1	1
2	-5,5322	-162,7690	-1,2191	-0,1654	-0,0033
3	-5,0184	40,2385	10,3451	4,1322	0,6050
4	-4,9781	53,0339	9,8105	2,9934	-0,8277
5	-4,8736	80,4704	6,0566	-1,7250	0,0338
6	-4,6559	97,2557	-9,3451	0,4621	-0,0027

Таблица 10. Относительные амплитуды колебаний для 6-массовой схемы с УДМ

№	Относительная амплитуда a при различных собственных частотах ω , рад/с				
	1	2	3	4	5
	26	115	268	733,23	1626,16
1	1	1	1	1	1
2	-1,0977	2,4335	-0,5552	-0,0139	-0,0006
3	-0,6135	-18,6937	25,4243	4,8358	0,9862
4	-0,5480	-21,1379	26,0905	1,4862	-2,8927
5	-0,5024	-22,6127	25,1099	-1,4461	0,3027
6	-0,1663	-24,4334	-34,1908	0,0830	-0,0081

По данным, приведенным в таблицах 8, 9 и 10, можно построить графики форм колебаний для систем с ДВС, с ЭД и с УДМ, которые представлены соответственно на рисунках 3, 4 и 5.

Рис. 3. Формы колебаний 6-массовой системы с ДВС для $\omega_1 = 36$ (а) и $\omega_2 = 146$ (б)Рис. 4. Формы колебаний 6-массовой системы с ЭД для $\omega_1 = 57$ (а) и $\omega_2 = 210$ (б)

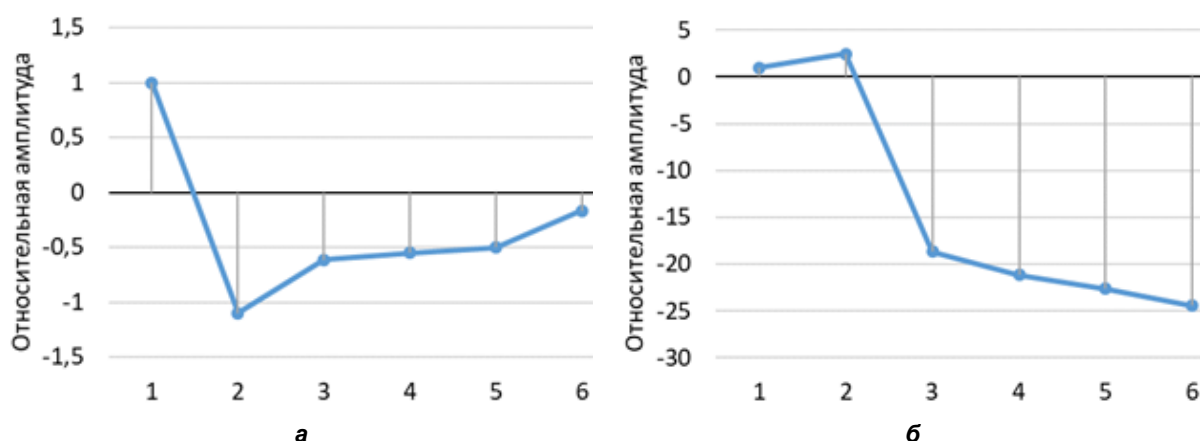


Рис. 5. Формы колебаний 6-массовой системы с УДМ для $\omega_1 = 26$ (а) и $\omega_2 = 115$ (б)

В точках пересечения собственных частот с частотами вращения коленвала на разных гармониках возникают резонансные частоты, значения которых приведены в таблицах 11, 12 и 13 соответственно для трактора с ДВС, с ЭД и с УДМ.

Полужирным шрифтом выделены значения точек резонанса определенной узловой формы колебаний с заданной гармоникой для рабочего диапазона каждого из тракторов.

Таблица 11. Значения резонансных частот системы для трактора с ДВС

ω_c , рад/с	$\omega_{дв}$, рад/с при разных значениях k							
	$k = 0,5$	$k = 1$	$k = 1,5$	$k = 2$	$k = 2,5$	$k = 3$	$k = 3,5$	$k = 4$
$\omega_1 = 36$	72,620	36,310	24,207	18,155	14,524	12,103	10,374	9,078
$\omega_2 = 146$	292,836	146,418	97,612	73,209	58,567	48,806	41,834	36,604
$\omega_3 = 557$	1154,52	577,260	384,840	288,630	230,904	192,420	164,931	144,315
$\omega_4 = 957,715$	1915,43	957,715	638,477	478,858	383,086	319,238	273,633	239,429
$\omega_5 = 2549,34$	5098,69	2549,34	1699,56	1274,67	1019,74	849,781	728,384	637,336
	$k = 4,5$	$k = 5$	$k = 5,5$	$k = 6$	$k = 6,5$	$k = 7$	$k = 7,5$	–
$\omega_1 = 36$	8,069	7,262	6,602	6,052	5,586	5,187	4,841	–
$\omega_2 = 146$	32,537	29,284	26,621	24,403	22,526	20,917	19,522	–
$\omega_3 = 557$	128,280	115,452	104,956	96,210	88,809	82,466	76,968	–
$\omega_4 = 957,715$	212,826	191,543	174,130	159,619	147,341	136,816	127,695	–
$\omega_5 = 2549,34$	566,521	509,869	463,517	424,891	392,207	364,192	339,913	–

Таблица 12. Значения резонансных частот для трактора с ЭД

ω_c , рад/с	$\omega_{дв}$, рад/с при разных значениях k						
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$
$\omega_1 = 57$	57,339	28,669	19,113	14,335	11,468	9,556	8,191
$\omega_2 = 210$	210,122	105,061	70,041	52,531	42,024	35,020	30,017
$\omega_3 = 579$	579,491	289,745	193,164	144,873	115,898	96,582	82,784
$\omega_4 = 959,0441$	959,044	479,522	319,681	239,761	191,809	159,841	137,006
$\omega_5 = 2549,404$	2549,4	1274,7	849,801	637,351	509,881	424,901	364,201

Таблица 13. Значения резонансных частот системы для трактора с УДМ

ω_c , рад/с	$\omega_{дв}$, рад/с при разных значениях k							
	$k = 0,5$	$k = 1,0$	$k = 1,5$	$k = 2$	$k = 2,5$	$k = 3$	$k = 3,5$	$k = 4$
$\omega_1 = 26$	52,067	26,034	17,356	13,017	10,413	8,678	7,438	6,508
$\omega_2 = 115$	230,980	115,490	76,993	57,745	46,196	38,497	32,997	28,873
$\omega_3 = 268$	536,227	268,113	178,742	134,057	107,245	89,371	76,604	67,028
$\omega_4 = 733,234$	1466,47	733,234	488,822	366,617	293,293	244,411	209,495	183,308
$\omega_5 = 1626,16$	3252,32	1626,16	1084,11	813,079	650,463	542,053	464,617	406,540
	$k = 4,5$	$k = 5$	$k = 5,5$	$k = 6$	$k = 6,5$	$k = 7$	$k = 7,5$	–
$\omega_1 = 26$	5,785	5,207	4,733	4,339	4,005	3,719	3,471	–
$\omega_2 = 115$	25,664	23,098	20,998	19,248	17,768	16,499	15,399	–
$\omega_3 = 268$	59,581	53,623	48,748	44,686	41,248	38,302	35,748	–
$\omega_4 = 733,234$	162,941	146,647	133,315	122,206	112,805	104,748	97,764	–
$\omega_5 = 1626,16$	361,368	325,232	295,665	271,026	250,178	232,308	216,821	–

Значения добротности, рассчитанные для всех масс затухающих колебаний φ для каждой из рассматриваемых систем (систем с ДВС, с ЭД и с УДМ) представлены в таблице 14.

Таблица 14. Добротность колеблющихся масс при затухающих колебаниях φ

Колебательная система Добротность	ДВС	ЭД	УДМ
Q_1	11,442	3,315	5,006
Q_2	7,617	5,665	2,191
Q_3	21,338	4,481	7,521
Q_4	4,532	2,704	2,860
Q_5	12,372	2,854	14,004
Q_6	24,928	11,239	2,892

Анализ частот и форм колебаний трактора тягового класса 0,6 показывает, что применение ЭД и УДМ позволяет изменять частоты и формы колебаний (табл. 7–10 и рис. 3–5).

Смещение первой частоты собственных колебаний происходит в следующих диапазонах:

- для трактора с ЭД – от 39 до 57 рад/с, что составляет 46%;
- для трактора с УДМ – от 39 до 26 рад/с, что составляет 33%.

Смещение второй частоты собственных колебаний происходит в следующих диапазонах:

- для трактора с ЭД – от 146 до 210 рад/с, что составляет 44%;
- для трактора с УДМ – от 146 до 115 рад/с, что составляет 21%.

Смещение третьей частоты собственных колебаний происходит в следующих диапазонах:

- для трактора с ЭД – от 577 до 579 рад/с, что составляет около 1%;
- для трактора с УДМ – от 577 до 268 рад/с, что составляет 54%.

Для трактора с ЭД смещения четвертой (957,7 рад/с) и пятой (2549,4 рад/с) частот собственных колебаний практически не происходит.

Для трактора с УДМ смещение четвертой (957,7 рад/с) и пятой (2549,4 рад/с) частот собственных колебаний происходит до величины 733,2 и 1626 рад/с, однако эти величины технически не достижимы.

Вышеприведенные показатели доказывают эффективность применяемого средства для стабилизации динамических нагрузок и снижения динамической нагруженности.

На основе анализа значений точек пересечения собственных частот с частотами вращения коленвала на разных гармониках трактора серийного, трактора с ЭД и трактора с УДМ (табл. 11–13 и рис. 9–11) можно сделать вывод, что применение ЭД и УДМ изменяет область резонанса: ЭД смещает в область высоких, а УДМ – в область низких частот.

Наиболее опасными для серийного трактора являются следующие частоты двигателя: $\omega_{дв} = 146,4$ рад/с при $k = 1,0$; $\omega_{дв} = 97,6$ рад/с при $k = 1,5$ (табл. 11).

На гармониках высших порядков (от $k = 3,5$ до $k = 7,5$) резонансно-опасными являются такие частоты двигателя, как:

$\omega_{дв} = 164,9$ рад/с при $k = 3,5$;
 $\omega_{дв} = 144,3$ рад/с при $k = 4,0$;
 $\omega_{дв} = 128,3$ рад/с при $k = 4,5$;
 $\omega_{дв} = 115,5$ рад/с при $k = 5,0$;
 $\omega_{дв} = 104,9$ и $174,1$ рад/с при $k = 5,5$;
 $\omega_{дв} = 96,2$ и $159,6$ рад/с при $k = 6,0$;
 $\omega_{дв} = 147,3$ рад/с при $k = 6,5$;
 $\omega_{дв} = 136,8$ рад/с при $k = 7,0$;
 $\omega_{дв} = 127,0$ рад/с при $k = 7,5$.

Наиболее опасными для трактора с ЭД являются следующие частоты двигателя:

$\omega_{дв} = 57,3$ рад/с при $k = 1,0$;
 $\omega_{дв} = 28,7$ и $105,1$ рад/с при $k = 2,0$;
 $\omega_{дв} = 19,1$ и 70 рад/с при $k = 3,0$ (табл. 12).

На гармониках высших порядков (от $k = 3,0$ до $k = 7,0$) резонансно-опасными являются такие частоты двигателя, как:

$\omega_{дв} = 14,3$; $52,5$ и $144,8$ рад/с при $k = 4,0$;
 $\omega_{дв} = 11,5$; $42,0$ и $115,9$ рад/с при $k = 5,0$;
 $\omega_{дв} = 9,6$; $35,0$ и $96,0$ рад/с при $k = 6,0$;
 $\omega_{дв} = 8,2$; $30,0$; $82,8$ и $137,0$ рад/с при $k = 7,0$.

Что касается трактора с УДМ, то в этом случае наиболее опасными являются следующие частоты двигателя:

$\omega_{дв} = 115,5$ рад/с при $k = 1,0$;
 $\omega_{дв} = 178,7$ рад/с при $k = 1,5$;
 $\omega_{дв} = 134,1$ рад/с при $k = 2,0$.

На гармониках высших порядков резонансно-опасными являются такие частоты двигателя, как:

$\omega_{дв} = 183,3$ рад/с при $k = 4,0$;
 $\omega_{дв} = 162,9$ рад/с при $k = 4,5$;
 $\omega_{дв} = 146,7$ рад/с при $k = 5,0$;
 $\omega_{дв} = 133,3$ рад/с при $k = 5,5$;
 $\omega_{дв} = 122,2$ рад/с при $k = 6,0$;
 $\omega_{дв} = 112,8$ рад/с при $k = 6,5$;
 $\omega_{дв} = 104,7$ рад/с при $k = 7,0$;
 $\omega_{дв} = 97,7$ рад/с при $k = 7,5$ (табл. 13).

Следует отметить, что гармоники высших порядков ($k = 3,5 \dots 7,5$) имеют, как правило, малую энергетическую составляющую и легко преодолеваются силами инерции, возникающими от вращения маховика и валов трансмиссии, а собственные частоты

ω_3 – ω_5 трудно достижимы. Но также на гармониках $k = 2$ и $k = 3$ при собственной круговой частоте ω_1 и ω_2 двигатель трактора должен быстро преодолеть опасную угловую скорость вращения, так как работа на этой угловой скорости вращения приведет к резонансу и, как следствие, увеличению динамической нагруженности.

Анализ данных таблицы 14 показал, что значения добротности серийного трактора с ДВС соотносятся с показателями трактора с ЭД следующим образом: Q_1 превышает в 3,5 раза; Q_2 – в 1,4; Q_3 – 4,8; Q_4 – в 1,7; Q_5 – в 4,3 и Q_6 – в 2,2 раза. Значения добротности трактора с ДВС соотносятся с показателями опытного трактора с УДМ следующим образом: Q_1 превышает в 2,3 раза; Q_2 – в 3,5; Q_3 – в 2,8; Q_4 – в 1,6; Q_5 – в 0,9 и Q_6 – в 8,6 раза. Добротность характеризует избирательную и разрешающую способности колебательной системы, а ее изменение показало то, что для серийного трактора она имеет большее значение и, следовательно, резонансный отклик этой системы выше по сравнению с системой, в которую установлены ЭД и УДМ.

Средняя величина рассчитанной добротности (табл. 14) для всех масс серийного и опытного тракторов в затухающей колебательной системе показала, что это значение для серийного трактора в 2,4 и 2,7 раза больше, чем значения для тракторов соответственно с УДМ и ЭД.

Частотные диаграммы, которые были построены в представленных исследованиях, являются одним из способов поиска резонансных частот. Эти диаграммы облегчают определение резонирующих гармоник крутящего момента в диапазоне рабочих режимов двигателя и нахождение частот, при которых возникает резонанс в той или иной форме колебаний.

На основе анализа значений точек пересечения собственных частот с частотами вращения коленвала на разных гармониках для трактора серийного исполнения и тракторов с ЭД и с УДМ можно сделать вывод, что применение ЭД и УДМ изменяет область резонанса, смещая его в область частот, которые трудно достижимы или не являются рабочими для трактора исследуемого типа.

Выводы

Проведенные расчетно-теоретические исследования механических процессов в силовой передаче трактора Т-25 тягового класса 0,6 классической компоновки серийного исполнения, классической компоновки с электродвигателем и с упругодемпфирующим механизмом в силовой передаче показали эффективность применения как ЭД, так и УДМ в качестве средства стабилизации динамических нагрузок.

Разработанные 9- и 11-массовые укрупненные расчетные схемы силовой передачи трактора позволили определить частоты и формы собственных и вынужденных колебаний, добротность колебательной системы, выявить точки резонанса всей системы для изучаемого трактора. Для нахождения собственных круговых частот ω был использован способ, основанный на решении частотного уравнения в матричном виде.

Применение электродвигателя и упругодемпфирующего механизма вызывает изменение частот и форм колебаний, а именно смещение частот собственных колебаний для трактора с ЭД – до 46% в высокочастотную область, для трактора с УДМ – до 33% в низкочастотную область.

Анализ средних величин рассчитанной добротности для всех масс серийного и опытного тракторов в затухающей колебательной системе позволяет сделать вывод, что этот показатель для серийного трактора всегда больше, чем для тракторов с УДМ и с ЭД соответственно на 58 и 63%.

Расчетами подтверждается то, что электродвигатель и упругодемпфирующий механизм являются эффективными средствами стабилизации динамических нагрузок.

Список источников

1. Айнбиндер Р.М., Гордеев Б.А., Любимов А.К. и др. Определение собственных частот колебаний грузовой платформы автотранспортного средства с целью безопасного крепления груза // Транспорт: наука, техника, управление. Научный информационный сборник. 2018. № 5. С. 28–35.
2. Барский И.Б., Анилович В.Я., Кутков Г.М. Динамика трактора. Москва: Машиностроение, 1972. 152 с.
3. Белинис С.М. Определение собственных частот колебаний ротора // Вестник Димитровградского инженерно-технологического института. 2017. № 1(12). С. 88–92.
4. Гарифуллин М.Ф. Параметрические исследования собственных форм и частот колебаний модифицированным итерационным методом // Ученые записки ЦАГИ. 2022. Т. 53, № 2. С. 68–80.
5. Годжаев З.А., Сенькевич С.Е., Алексеев И.С. и др. Обоснование выбора параметров электро-механической трансмиссии для трактора тягового класса 0,6-0,9 и согласование тяговых характеристик // Агроинженерия. 2023. Т. 25, № 1. С. 63–70. DOI: 10.26897/2687-1149-2023-1-63-70.
6. Григорьев П.С. О связи частот собственных колебаний и критических нагрузок при оценке жесткости несущих элементов вагонных конструкций // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2022. № 1(53). С. 17–23. DOI: 10.20291/2079-0392-2022-1-17-23.
7. Гучинский Р.В. Оптимизация конструкции кузова вагона электропоезда по значению частоты собственных колебаний // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. 2021. Т. 80, № 3. С. 152–159. DOI: 10.21780/2223-9731-2021-80-3-152-159.
8. Даминов А. Анализ наиболее значимых особенностей сельскохозяйственных тракторов в контексте необходимости формирования конструктивного облика современного трактора // Universum: технические науки. 2022. № 3-1(96). С. 41–44. DOI: 10.32743/UniTech.2022.96.3.13313.
9. Кожевников И.Ф. Собственные частоты и собственные формы колебаний нагруженной вращающейся шины // ТРУДЫ МФТИ. Труды Московского физико-технического института (национального исследовательского университета). 2017. Т. 9, № 3(35). С. 29–35.
10. Кравченко В.А., Кравченко Л.В., Сенькевич С.Е. и др. Влияние УДМ в силовой передаче энергетического средства класса 1,4 на буксование его движителей при работе в составе МТА // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2022. № 178. С. 119–128. DOI: 10.21515/1990-4665-178-010.
11. Кравченко В.А., Кравченко Л.В., Сенькевич С.Е. и др. Влияние УДМ в силовой передаче энергетического средства класса 1,4 на динамические процессы в звеньях машинно-тракторного агрегата // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2022. № 177. С. 104–113. DOI: 10.21515/1990-4665-177-010.
12. Кравченко В.А., Сенькевич А.А., Сенькевич С.Е. Некоторые статистические показатели функционирования посевного МТА с упругодемпфирующим механизмом в трансмиссии трактора // Тракторы и сельхозмашины. 2009. № 9. С. 32–34.
13. Кравченко К.Ю., Кугаевский С.С., Журавлев М.П. и др. Операционный модальный анализ для определения собственных частот колебаний // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. 2017. Т. 19, № 2. С. 21–35. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.2.02.
14. Лашко В.А., Лейбович М.В. Матричные методы в расчетах крутильных колебаний силовых установок с ДВС: учебное пособие. Хабаровск: Изд-во ХГТУ, 2003. 211 с.
15. Маслов Г.С. Расчеты колебаний валов: справочник. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Машиностроение, 1980. 150 с.
16. Нестеров С.В., Байдулов В.Г. Эволюция собственных частот и форм изгибных колебаний стержня при увеличении дефекта поперечного сечения // Процессы в геосредах. 2018. № 4(18). С. 1174–1179.
17. Попов В.Б., Чупрынин Ю.В., Джасов Д.В. Анализ собственных частот и определение динамических коэффициентов трансмиссии сельскохозяйственной машины // Вестник Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого. 2017. № 2(69). С. 32–39.
18. Попов И.П. Упругие сцепки составного сельскохозяйственного транспортно-технологического средства // Вестник НГИЭИ. 2021. № 4(119). С. 21–30. DOI: 10.24412/2227-9407-2021-4-21-30.
19. Ривин Е.И. Динамика привода станков. Москва: Машиностроение, 1966. Т. 3. 204 с.
20. Сенькевич С.Е., Годжаев З.А., Ильченко Е.Н. и др. Исследование характеристик динамической системы трансмиссии трактора сельскохозяйственного назначения тягового класса 0,9 // Техника и оборудование для села. 2025. № 4(334). С. 16–20. DOI: 10.33267/2072-9642-2025-4-16-20.
21. Сенькевич С.Е., Годжаев З.А., Ильченко Е.Н. и др. Определение частот и форм собственных крутильных колебаний многомассовой системы самоходного шасси тягового класса 0,6 // Известия НВ АУК. 2024. № 4(76). С. 387–419. DOI: 10.32786/2071-9485-2024-04-43.
22. Сенькевич С.Е., Ильченко Е.Н., Алексеев И.С. Результаты проведения экспериментальных исследований трактора, оснащенного упругодемпфирующим механизмом при агрегатировании с сеялкой // Тракторы и сельхозмашины. 2021. Т. 88, № 4. С. 33–44. DOI: 10.31992/0321-4443-2021-4-33-44.
23. Сенькевич С.Е., Крюковская Н.С. Анализ экспериментальных исследований трактора, оснащенного упругодемпфирующим механизмом в трансмиссии, при движении в составе транспортного тракторного агрегата // Тракторы и сельхозмашины. 2020. № 6. С. 59–66. DOI: 10.31992/0321-4443-2020-6-59-66.
24. Солдатенко Д.С. Расчет электромеханических параметров тягового электропривода тракторов // Актуальные вопросы машиноведения. 2019. Т. 8. С. 129–131.
25. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Москва: Инфра-М, 2019. 592 с.

26. Толстошеев А.К. Компьютерное моделирование манипулятора параллельной структуры для определения собственных частот и форм колебаний // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2023. № 1(19). С. 40–50. DOI: 10.30987/2658-6436-2023-1-40-50.
27. Ding W., Chai Y., Liu H. et al. Numerical investigation on flow-induced vibrations of two tandem cylinders localized selective roughness with different natural frequencies // Applied Ocean Research. 2023. Vol. 135. Article No. 103540. DOI: 10.1016/j.apor.2023.103540.
28. Kim B.S., Chi C.H., Lee T.K. A study on radial directional natural frequency and damping ratio in a vehicle tire // Applied Acoustics. 2007. Vol. 68(5). Pp. 538–556.
29. Kravchenko V., Kravchenko L., Zhurba V. et al. Reducing the dynamic loading of the links of the machine-tractor unit aggregated by the mobile power vehicle of the 1.4 drawbar category // Networked Control Systems for Connected and Automated Vehicles: Conference Proceedings, St. Petersburg, 08-10.02.2022. Vol. 510-2. Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2023. Pp. 2043–2052. DOI: 10.1007/978-3-031-11051-1_210.
30. Tomoyuki I. The modeling and analysis for the natural frequency adjustments of Vehicle Manipulator for the ITER Blanket Remote Handling System // Fusion Engineering and Design. 2023. Vol. 192. Article No. 113802. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2023.113802.
31. Zhang S., Xie B., Wen C. et al. Intelligent ballast control system with active load-transfer for electric tractors // Biosystems Engineering. 2022. Vol. 215. Pp. 143–155. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2022.01.008.

References

1. Ainbinder R.M., Gordeev B.A., Lyubimov A.K. et al. Determination of natural frequencies of vibrations the cargo platform of the motor vehicle for the aim of the safe mounting of the cargo. *Transport: Science, Equipment, Management. Scientific Information Collection*. 2018;5:28-35. (In Russ.).
2. Barskiy I.B., Anilovich V.Ya., Kutkov G.M. Tractor dynamics. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1972. 152 p. (In Russ.).
3. Belinis S.M. Determination of natural frequencies of oscillation of the rotor. *Bulletin of the Dimitrovgrad Engineering and Technology Institute*. 2017;1(12): 88-92. (In Russ.).
4. Garifullin M.F. Parametric Studies of natural modes and frequencies of vibrations by modified iterative method. *TsAGI Science Journal*. 2022; (53):68-80. (In Russ.).
5. Godzhaev Z.A., Senkevich S.E., Alekseev I.S. et al. Justification of the parameters of an electromechanical transmission for a tractor of 0.6-0.9 traction class and coordination of traction characteristics. *Agricultural Engineering (Moscow)*. 2023;1(25):63-70. DOI: 10.26897/2687-1149-2023-1-63-70. (In Russ.).
6. Grigoriev P.S. On the relationship of natural oscillation frequencies and critical loads in assessing the rigidity of load-bearing elements of carriage structures. *Herald of the Ural State University of Railway Transport*. 2022;1(53):17-23. DOI: 10.20291/2079-0392-2022-1-17-23. (In Russ.).
7. Guchinsky R.V. Optimization of an EMU train carbody by the value of the natural bending frequency. *Russian Railway Science Journal*. 2021;80(3):152-159. DOI: 10.21780/2223-9731-2021-80-3-152-159. (In Russ.).
8. Daminov A., Abdazimov A. Analysis of the most significant functions of agricultural tractors in the context of the need to form a constructive image of a modern tractor. *Universum: Technical Sciences*. 2022;3-1(96):41-44. DOI: 10.32743/UniTech.2022.96.3.13313. (In Russ.).
9. Kozhevnikov I.F. Natural frequencies and mode shapes of vibrations of a loaded rotating tyre. *Proceedings of MIPT. Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University)*. 2017;9(3): 29-35. (In Russ.).
10. Kravchenko V.A., Kravchenko L.V., Senkevich S.E. et al. The influence of UDM in the power transmission of class 1.4 energy means on dynamic processes in the links of a machine-tractor unit. *Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University*. 2022;178:119-128. DOI: 10.21515/1990-4665-178-010. (In Russ.).
11. Kravchenko V.A., Kravchenko L.V., Senkevich S.E. et al. The influence of elastic damping mechanism (EDM) in the power transmission of class 1.4 energy means on dynamic processes in the links of a machine-tractor unit. *Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University*. 2022;177:104-113. DOI: 10.21515/1990-4665-177-010. (In Russ.).
12. Kravchenko V.A., Senkevich A.A., Senkevich S.E. Some statistic indices of functioning of sowing unit with elastic damping mechanism in tractor transmission. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2009;9:32-34. (In Russ.).
13. Kravchenko K.Yu., Kugayevskiy S.S., Zhuravlev M.P. et al. Natural frequencies estimation using operational modal analysis. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Mechanical Engineering, Materials Sciences*. 2017;2(19):21-35. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.2.02. (In Russ.).
14. Lashko V.A., Leybovich M.V. Matrix methods in calculations of torsional vibrations of power plants with internal combustion engines: textbook. Khabarovsk: Khabarovsk State Technical University Publishers; 2003. 211 p. (In Russ.).
15. Maslov G.S. Shaft vibration calculations: study guide. 2nd edition, revised and enlarged. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1980. 150 p. (In Russ.).
16. Nesterov S.V., Baydulov V.G. Evolution of natural frequencies and forms of flexural vibrations of the rod with the increase of the defect cross section. *Processes in Geomedia*. 2018;4(18):1174-1179. (In Russ.).
17. Popov V.B., Chuprynin Yu.V., Dzhasov D.V. Analysis of natural frequencies and determination of dynamic transmission coefficients of an agricultural machine. *Bulletin Sukhoi State Technical University of Gornel*. 2017;2(69):32-39. (In Russ.).
18. Popov I.P. Elastic coupling of a composite agricultural transport and technological vehicle. *Bulletin NGIEI*. 2021; 4(119):21-30. DOI: 10.24412/2227-9407-2021-4-21-30. (In Russ.).
19. Rivin E.I. Dynamics of the machine drive. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1966. Vol. 3. 204 p. (In Russ.).

20. Senkevich S.E., Godzhaev Z.A., Ilchenko E.N. et al. Study of the characteristics of the dynamic transmission system of an agricultural tractor of traction class 0.9. *Machinery and Equipment for Rural Areas*. 2025;4(334):16-20. DOI: 10.33267/2072-9642-2025-4-16-20. (In Russ.).
21. Senkevich S.E., Godzhaev Z.A., Ilchenko E.N. et al. Determination of frequencies and shapes of natural torsional vibrations of a multimass system of a self-propelled chassis of traction class 0.6. *Proceedings of the Lower Volga Agro-University Complex*. 2024;4(76):387-419. DOI: 10.32786/2071-9485-2024-04-43. (In Russ.).
22. Senkevich S.E., Ilchenko E.N., Alekseev I.S. Results of experimental studies of a tractor equipped with an elastic-damping mechanism when aggregated with a seeder. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2021;4(88):33-44. DOI: 10.31992/0321-4443-2021-4-33-44. (In Russ.).
23. Senkevich S.E., Kryukovskaya N.S. Analysis of experimental researches of the tractor equipped with an elastic-damping mechanism in the transmission when moving in the composition of the transport tractor unit. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2020;6:59-66. DOI: 10.31992/0321-4443-2020-6-59-66. (In Russ.).
24. Soldatenko D.S. Calculation of electromechanical parameters of traction electric drive of tractors. *Topical Issues of Mechanical Engineering*. 2019;8:129-131. (In Russ.).
25. Tarasik V.P. Mathematic simulation of engineering systems. Moscow: Infra-M Publishers; 2019. 592 p. (In Russ.).
26. Tolstosheev A.K. Computer simulation of a parallel structure manipulator for determining natural frequencies and oscillation modes. *Automation and Modeling In Design And Management*. 2023;1(19):40-50. DOI: 10.30987/2658-6436-2023-1-40-50. (In Russ.).
27. Ding W., Chai Y., Liu H. et al. Numerical investigation on flow-induced vibrations of two tandem cylinders localized selective roughness with different natural frequencies. *Applied Ocean Research*. 2023;135:103540. DOI: 10.1016/j.apor.2023.103540.
28. Kim B.S., Chi C.H., Lee T.K. A study on radial directional natural frequency and damping ratio in a vehicle tire. *Applied Acoustics*. 2007;68(5):538-556.
29. Kravchenko V., Kravchenko L., Zhurba V. et al. Reducing the dynamic loading of the links of the machine-tractor unit aggregated by the mobile power vehicle of the 1.4 drawbar category. In: *Networked Control Systems for Connected and Automated Vehicles: Conference Proceedings*, St. Petersburg, 08-10.02.2022. Vol. 510-2. Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2023. Pp. 2043-2052. DOI: 10.1007/978-3-031-11051-1_210.
30. Tomoyuki I. The modeling and analysis for the natural frequency adjustments of vehicle manipulator for the ITER Blanket Remote Handling System. *Fusion Engineering and Design*. 2023;192:113802. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2023.113802.
31. Zhang S., Xie B., Wen C. et al. Intelligent ballast control system with active load-transfer for electric tractors. *Biosystems Engineering*. 2022;215:143-155. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2022.01.008.

Информация об авторах

С.Е. Сенькевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Наземные транспортные средства» ФГБОУ ВО «Московский политехнический университет», s.e.senkevich@mospolytech.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6354-7220>; eLibrary SPIN: 7766-6626.

З.А. Годжаев – доктор технических наук, член-корреспондент РАН, профессор, председатель экспертного совета, Государственный научный центр Российской Федерации ФГУП «Центральный ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательский автомобильный и автомоторный институт «НАМИ» (ФГУП «НАМИ»), fic51@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1665-3730>; eLibrary SPIN: 1892-8405.

Е.Н. Ильченко – инженер отдела инновационных сельскохозяйственных машин на альтернативных источниках энергии ФГБНУ «Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ», il4enkocat@yandex.ru; ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-3901-5706>; eLibrary SPIN: 5672-1313.

И.С. Алексеев – инженер отдела инновационных сельскохозяйственных машин на альтернативных источниках энергии ФГБНУ «Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ», dreeddog@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-5169-895X>; eLibrary SPIN: 9832-7848.

Information about the authors

S.E. Senkevich, Candidate of Engineering Sciences, Docent, the Dept. of Ground Transport Vehicles, Moscow Polytechnic University, s.e.senkevich@mospolytech.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6354-7220>; eLibrary SPIN: 7766-6626.

Z.A. Godzhavev, Doctor of Engineering Sciences, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Professor, Chairman of the Expert Council, State Research Center of the Russian Federation "Central Scientific Research Automobile and Automotive Engines Institute NAMI", fic51@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1665-3730>; eLibrary SPIN: 1892-8405.

E.N. Ilchenko, Engineer, the Department of Innovative Agricultural Machinery Powered by Alternatives, Federal Scientific Agroengineering Center VIM, il4enkocat@yandex.ru; ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-3901-5706>; eLibrary SPIN: 5672-1313.

I.S. Alekseev, Engineer, the Department of Innovative Agricultural Machinery Powered by Alternatives, Federal Scientific Agroengineering Center VIM, dreeddog@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-5169-895X>; eLibrary SPIN: 9832-7848.

Статья поступила в редакцию 10.08.2025; одобрена после рецензирования 25.12.2025; принята к публикации 15.01.2026.

The article was submitted 10.08.2025; approved after reviewing 25.12.2025; accepted for publication 15.01.2026.

© Сенькевич С.Е., Годжаев З.А., Ильченко Е.Н., Алексеев И.С., 2026