

4.3.1. ТЕХНОЛОГИИ, МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

Научная статья

УДК 629.3.017.3

DOI: 10.53914/issn2071-2243_2026_1_96

EDN: RQJWZU

Аналитическая оценка влияния углового положения бокового рычага рулевой трапеции на кинематику поворота колесной машины

**Александр Николаевич Беляев^{1✉}, Дмитрий Николаевич Афоничев²,
Алексей Максимович Мухин³, Виктор Сергеевич Пилияев⁴**

^{1, 2, 3, 4} Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I,
Воронеж, Россия

¹ aifkm_belyaev@mail.ru✉

Аннотация. Представлены результаты исследования, выполненного с целью оценки влияния угла наклона бокового поворотного рычага четырехзвенной неразрезной рулевой трапеции к оси колесной машины на основные кинематические характеристики осуществляемого ею фактического поворота. Объект исследования – рулевой привод, выполненный в виде принятой к рассмотрению рулевой трапеции колесного трактора Беларус-80.1. Часть необходимых для расчетов конструктивных и эксплуатационных параметров выбраны из руководства по эксплуатации трактора, некоторые параметры были определены опытными замерами, проведенными на натурном объекте. Установлено, что угол наклона бокового рычага рулевой трапеции 18° при постоянном его угловом положении является оптимальным во всем интервале изменения углов поворота управляемых колес, так как в этом случае углы поворота наружного колеса наиболее близки подобным углам правильного поворота при одних и тех же углах поворота внутренних управляемых колес. Увеличение угла наклона бокового рычага от 5 до 25° приводит к уменьшению мгновенного минимального радиуса поворота трактора во всем диапазоне углов поворота управляемых колес. За счет применения рулевой трапеции для выполнения поворота колесной машины можно в некоторых случаях улучшить ее маневренность в сравнении с правильным поворотом, но при этом мгновенный центр поворота будет находиться внутри колесной базы, и кинематическое согласование качения колес будет происходить вследствие боковой деформации шин и скольжения, что является причиной их дополнительного износа и возникновения повышенных нагрузок на детали, узлы и агрегаты. Обоснование рациональных конструктивных параметров четырехзвенного шарнирно-рычажного механизма рулевой трапеции должно быть осуществлено методами оптимизации на основе моделирования процесса криволинейного движения колесной машины в зависимости от способа поворота и конкретных условий работы, где основным критерием необходимо принимать смещение мгновенного центра скоростей от линии продолжения задней оси.

Ключевые слова: колесная машина, трактор, управляемое колесо, угол поворота колеса, четырехзвенная неразрезная заднего расположения рулевая трапеция, боковой рычаг, угол наклона бокового рычага

Для цитирования: Беляев А.Н., Афоничев Д.Н., Мухин А.М., Пилияев В.С. Аналитическая оценка влияния углового положения бокового рычага рулевой трапеции на кинематику поворота колесной машины // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2026. Т. 19, № 1(88). С. 96–107. https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2026_1_96–107.

4.3.1. TECHNOLOGIES, MACHINERY AND EQUIPMENT FOR AGRO-INDUSTRIAL COMPLEX (ENGINEERING SCIENCES)

Original article

Analytical evaluation of the angular position of the steering linkage side arm impact on the kinematics of a wheeled vehicle's turning

Aleksandr N. Belyaev^{1✉}, Dmitry N. Afonichev², Aleksey M. Mukhin³, Victor S. Pilyaev⁴

^{1, 2, 3, 4} Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, Voronezh, Russia

¹ aifkm_belyaev@mail.ru✉

Abstract. The results of a study performed to assess the effect of the angle of inclination of the lateral rotary lever of a four-link continuous steering linkage to the axis of a wheeled vehicle on the main kinematic characteristics of the actual rotation performed by it are presented. The object of the study was a steering gear made in the form of a steering linkage of a Belarus-80.1 wheeled tractor accepted for consideration. Some of the design and operational parameters necessary for calculations were selected from the tractor's operating manual, and some parameters were determined by experimental measurements carried out during full-scale test. It has been found that the angle of inclination of the side arm of the steering linkage of 18° with its constant angular position is optimal in the entire range of rotation angles of the steered wheels, since the angles of rotation of the outer wheel are the closest to similar angles of correct rotation at the same angles of rotation of the inner steered wheels. An increase in the angle of inclination of the side arm from 5 to 25° leads to a decrease in the instantaneous minimum turning radius of the Belarus-80.1 tractor over the entire range of steering wheel angles. Using a steering linkage to rotate a wheeled vehicle can in some cases improve its maneuverability in comparison with a correct turn, but the instantaneous center of rotation will be located inside the wheelbase, and kinematic alignment of the rolling wheels will occur due to lateral

deformation of the tires and sliding, which causes additional wear and increased loads on the parts, units and assemblies. The rationale for the rational design parameters of the four-link articulated lever mechanism of the steering linkage should be carried out by optimization methods based on modeling the process of curved movement of a wheeled vehicle, depending on the method of rotation and specific operating conditions, where the main criterion should be the displacement of the instantaneous center of velocity from the continuation line of the rear axle.

Keywords: wheeled vehicle, tractor, steerable wheel, wheel rotation angle, four-link continuous rear-mounted steering linkage, side arm, inclination

For citation: Belyaev A.N., Afonichev D.N., Mukhin A.M., Pilyaev V.S. Analytical evaluation of the angular position of the steering linkage side arm impact on the kinematics of a wheeled vehicle's turning. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Vestnik of Voronezh State Agrarian University*. 2026;19(1):96-107. (In Russ.). https://doi.org/10.53914/issn2071-2243_2026_1_96-107.

Введение

Криволинейное движение является одним из основных элементов перемещения любого транспортного средства. Для выбора требуемого направления криволинейного движения колесного транспортного средства используется рулевая система, основным компонентом которой является рулевой привод, непосредственно осуществляющий поворот управляемых колес [6, 7, 9, 12, 18]. Под рулевым приводом следует понимать то механическое устройство, которое является передаточным звеном от силового элемента рулевой системы машины к управляемым колесам. При всем многообразии конструкций рулевых систем (механические, гидравлические, электромеханические) существует достаточно ограниченное количество конструктивных схем рулевого привода, представляющего собой совокупность тяг и рычагов, схемы функционирования которых, даже при значительных отличиях конструкции, практически идентичны [10, 14].

В основе рулевого привода современных, наиболее распространенных типов колесных тракторов, автомобилей и других самоходных транспортных средств с передними управляемыми колесами лежит шарнирно-рычажный механизм рулевой трапеции [4, 12]. Среди конструктивных схем рулевой трапеции достаточно широкое применение получил традиционный четырехзвенный шарнирно-рычажный механизм заднего расположения, кинематическая схема которого представлена на рисунке 1 [2, 4, 12]. Данный механизм включает в себя боковые поворотные рычаги 1, балку управляемого моста 2, неразрезную поперечную тягу 3 и предназначен для обеспечения согласованного поворота внутреннего и наружного колес управляемой оси транспортного средства на соответствующие углы α_B и α_H .

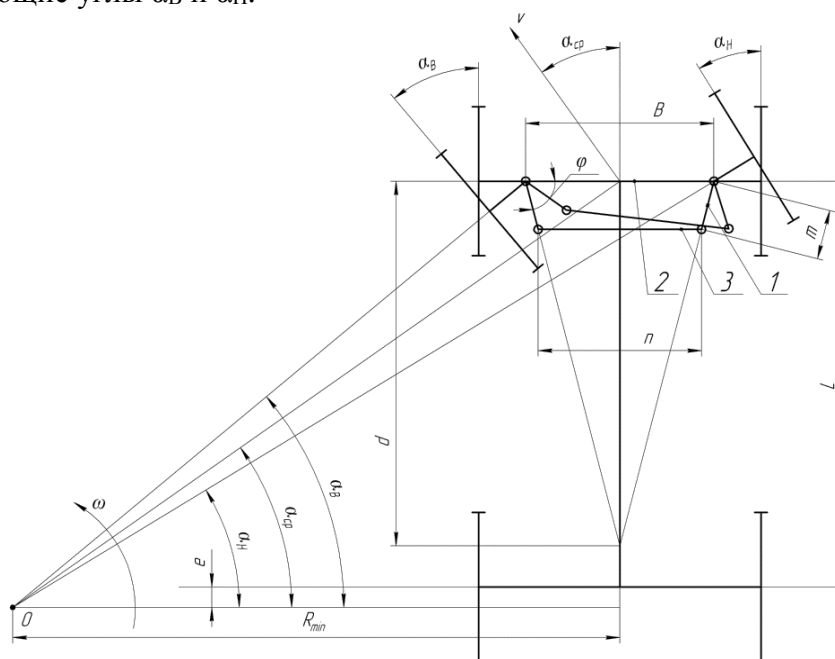


Рис. 1. Кинематическая схема фактического поворота колесной машины:
1 – боковой поворотный рычаг; 2 – передний управляемый мост;
3 – рулевая поперечная тяга

Как известно, основным условием кинематически правильного (идеального) поворота является нахождение точки центра поворота всех колес (точки пересечения их радиусов поворота) O на линии продолжения задней оси транспортного средства [2, 12, 18]. В этом случае все колеса движутся (катятся) по эквидистантным кривым различного радиуса, при этом наружное поворотное колесо описывает траекторию с радиусом R_H большим, чем радиус траектории внутреннего колеса R_B (рис. 2).

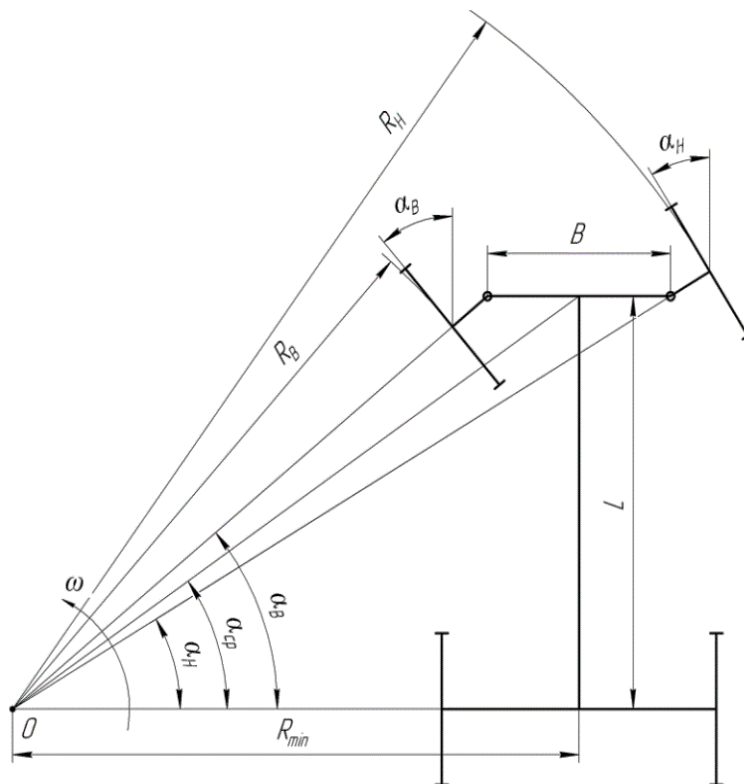


Рис. 2. Кинематическая схема правильного поворота колесной машины

Удовлетворение условия кинематически идеального поворота при чистом качении всех колес возможно только в случае, если угол поворота внутреннего управляемого колеса α_B несколько больше угла поворота наружного управляемого колеса α_H , а соотношение между ними описывается следующим выражением, называемым условием Аккермана [2, 12, 18], определяемым отношением шкворневой колеи (расстоянием между осями шкворней) B к продольной (колесной) базе машины L :

$$\operatorname{ctg} \alpha_H - \operatorname{ctg} \alpha_B = \frac{B}{L}. \quad (1)$$

Несоблюдение условия необходимого соотношения между углами поворота управляемых колес (1) во всем диапазоне их изменения вызывает нарушение кинематически чистого их качения при криволинейном движении машины, а следовательно, приводит к дополнительному увеличению динамических нагрузок на нее в поперечном направлении, что, в свою очередь, приводит к скольжению и уводу поворотных колес, отклонению от заданной траектории, повышенному износу шин, травмированию почвы и др. [5].

Таким образом, основной функцией любого рулевого привода является обеспечение поворота управляемых колес относительно продольной оси машины при условии соблюдения выполнения взаимосвязанного и вполне определенного, согласно выражению (1), соотношения углов поворота внутреннего и наружного управляемых колес.

К сожалению, классическая рулевая трапеция (рис. 1) позволяет обеспечить выполнение условия чистого качения колес при повороте лишь относительно близко к требуемому выражением (1). Это возможно при рациональном выборе таких геометрических параметров, как m – длины боковых рычагов (позиция 2, рис. 1), n – длины рулевой тяги (позиция 3, рис. 1) и φ – углов наклона рычагов 2 к продольной оси машины, и только в относительно узком интервале поворота колес [3, 5, 12]. Следовательно, для повышения устойчивости и соответственно качества движения транспортного средства по криволинейной траектории с сохранением требования условий идеального поворота в достаточно большом диапазоне углов поворота управляемых колес возникает необходимость в дальнейшем исследовании и анализе геометрии шарнирно-рычажного механизма рулевой трапеции.

С учетом вышеизложенного цель представленного исследования заключалась в аналитической оценке влияния угла наклона бокового поворотного рычага φ четырехзвенной неразрезной рулевой трапеции к оси колесной машины (рис. 1) на основные кинематические характеристики осуществляемого ею фактического (реального, действительного) поворота.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

- определение кинематических характеристик фактического поворота, осуществляемого четырехзвенным шарнирно-рычажным механизмом неразрезной заднего расположения рулевой трапеции, при различных углах наклона ее бокового поворотного рычага к оси колесной машины;
- определение кинематических характеристик правильного поворота колесной машины;
- сравнение кинематики правильного поворота колесной машины с ее кинематикой при фактическом повороте, реализуемом рулевой трапецией, при дискретном изменении углового положения бокового поворотного рычага при остальных неизменных конструктивных и эксплуатационных параметрах;
- сравнение кинематики фактического поворота колесной машины с базовым и опытными вариантами рулевой трапеции.

Методика исследования

Так как на колесном тракторе Беларус-80.1 рулевой привод выполнен в виде принятой к рассмотрению четырехзвенной неразрезной заднего расположения рулевой трапеции, то именно он выбран в качестве объекта исследования [13].

Часть необходимых для расчетов конструктивных и эксплуатационных параметров выбраны из руководства по эксплуатации трактора (рис. 1, 2) [13]: $L = 2,37$ м; $B = 1,02$ м; $\alpha_{Bmax} = 40^\circ$.

Некоторые параметры были определены опытными замерами, проведенными на натурном объекте: $m = 0,2066$ м; $\theta = 90^\circ - \varphi = 16,17^\circ$; $m/n = 0,228$.

Время выполнения неустановившегося поворота, при котором управляемые колеса поворачиваются до максимального угла из нейтрального положения, соответствовало рекомендациям [11]: $t = 4$ с, а расстояние от оси переднего моста до точки пересечения линий продолжения рабочих длин боковых рычагов на продольной оси трактора – предварительным расчетам: $d = kL = 0,74$ м.

Теоретический минимальный радиус идеального поворота R_{min} [8, 15] (рис. 2) определялся по формуле

$$R_{min} = \frac{L}{\operatorname{tg} \alpha_{cp}}, \quad (2)$$

где α_{cp} – средний угол поворота управляемых колес, рад.

Средний угол поворота управляемых колес α_{CP} рассчитывался по следующей зависимости [7, 9]:

$$\text{ctg } \alpha_{\text{CP}} = \frac{\text{ctg } \alpha_{\text{B}} + \text{ctg } \alpha_{\text{H}}}{2}. \quad (3)$$

При этом угол поворота наружного управляемого колеса α_{H} [8, 15]

$$\alpha_{\text{H}} = \text{arctg} \left(\text{ctg } \frac{B}{L} + \text{ctg } \alpha_{\text{B}} \right). \quad (4)$$

Для нахождения теоретического минимального радиуса действительного поворота R_{min} использовалось выражение, ранее полученное авторами [5]:

$$R_{\text{min}} = B \left(\frac{\text{tg } \alpha_{\text{H}}}{\text{tg } \alpha_{\text{B}} - \text{tg } \alpha_{\text{H}}} + \frac{1}{2} \right). \quad (5)$$

В этом варианте угол поворота наружного управляемого колеса α_{H} (рис. 1) определяется по формуле [1, 6]

$$\alpha_{\text{H}} = \varphi + \text{arctg} \left(\frac{m \cos(\varphi + \alpha_{\text{B}})}{B - m \sin(\varphi + \alpha_{\text{B}})} \right) - \arcsin \left(\frac{m + 2B \sin \varphi - 2m \sin^2 \varphi - B \sin(\varphi + \alpha_{\text{B}})}{\sqrt{B^2 + m^2 - 2Bm \sin(\varphi + \alpha_{\text{B}})}} \right). \quad (6)$$

Для оценки смещения e мгновенного центра скоростей O от задней оси трактора применялась зависимость [3]

$$e = B \frac{\text{tg } \alpha_{\text{B}} \text{tg } \alpha_{\text{H}}}{\text{tg } \alpha_{\text{B}} - \text{tg } \alpha_{\text{H}}} - L. \quad (7)$$

Принято, что средняя угловая скорость поворота управляемых колес ω_{CP} изменяется во времени t по зависимости [11]

$$\omega_{\text{CP}} = \frac{\alpha_{\text{CP}}}{t}. \quad (8)$$

Результаты и их обсуждение

Величины углов наклона боковых рычагов θ к продольной оси трактора при расчетах были приняты в пределах $\theta = 5 \dots 25^\circ$ с интервалом изменения 5° . Также исследованию подвергался базовый вариант рулевой трапеции с углом $\theta = 16,17^\circ$ [13].

При принятых значениях углов θ из тригонометрических соображений (рис. 1) проведены расчеты расстояния d от управляемой оси до точки пересечения линий продолжения боковых рычагов (табл. 1) и коэффициента k , характеризующего оптимальность геометрии рулевой трапеции [7, 9]:

$$d = \frac{B}{2 \text{tg } \theta}; k = \frac{d}{L}. \quad (9)$$

Таблица 1. Характеристики положения точки пересечения рабочих длин боковых рычагов

θ , град.	5	10	15	16,17	20	25
d , м	5,83	2,89	1,903	1,76	1,49	1,093
k	2,46	1,22	0,804	0,74	0,59	0,46

Как видно из таблицы 1, если учитывать рекомендации, обоснованные другими исследователями в работах [7, 9], в которых $k = 0,7-0,8$, то только две позиции углового положения бокового рычага трактора Беларус-80.1 удовлетворяют оптимальной геометрии рычажного мезанизма, одна из которых относится к базовому варианту рулевой трапеции.

Очевидно, что, согласно условию чистого качения Аккермана (1), взаимосвязь между углом α_B и углами α_H (4), α_{CP} (3) при идеальном повороте остается постоянной на всех участках области их изменения (рис. 3 и 4).

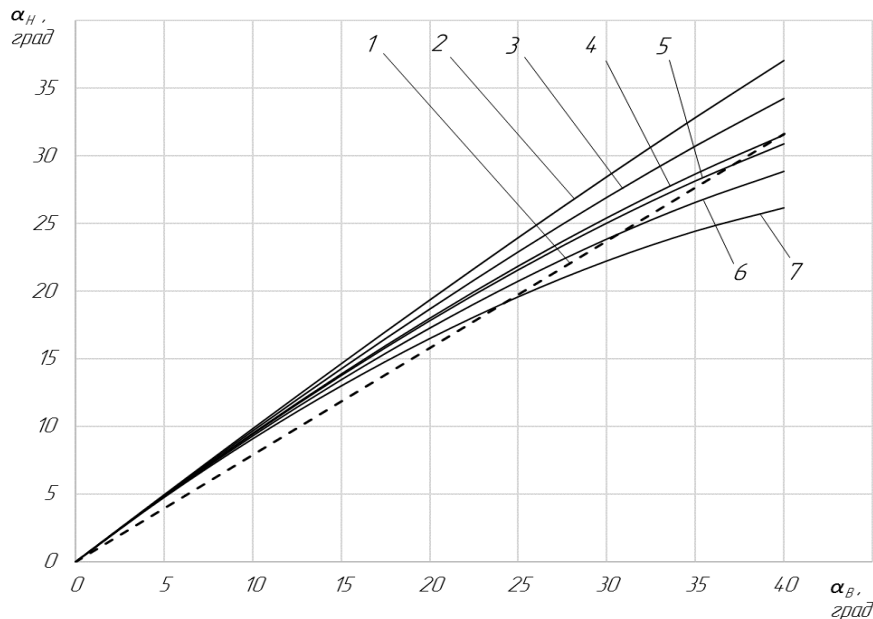


Рис. 3. Графики зависимостей углов поворота наружного колеса от угла поворота внутреннего колеса трактора Беларус-80.1:
1 – правильный поворот; 2 – $\theta = 5^\circ$; 3 – $\theta = 10^\circ$; 4 – $\theta = 15^\circ$; 5 – $\theta = 16,17^\circ$; 6 – $\theta = 20^\circ$; 7 – $\theta = 25^\circ$

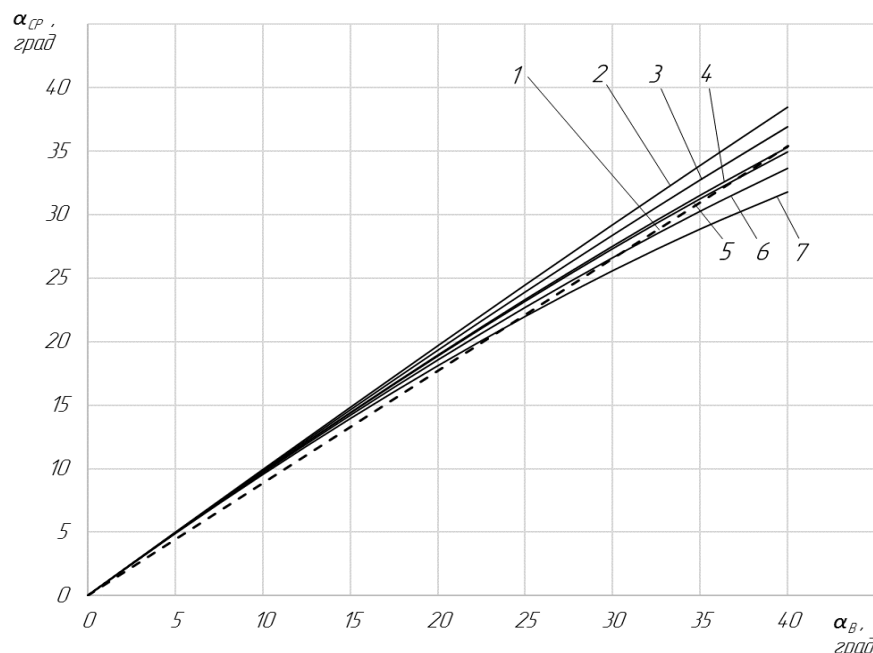


Рис. 4. Графики зависимостей средних углов поворота колес от угла поворота внутреннего колеса трактора Беларус-80.1:
1 – правильный поворот; 2 – $\theta = 5^\circ$; 3 – $\theta = 10^\circ$; 4 – $\theta = 15^\circ$; 5 – $\theta = 16,17^\circ$; 6 – $\theta = 20^\circ$; 7 – $\theta = 25^\circ$

В случае фактического поворота соотношение (6) между указанными углами нарушается, о чем свидетельствует очевидная нетождественность формул (4) и (6) и результаты расчетов, представленные в виде графиков на рисунках 3 и 4, анализ которых показывает, что при изменении угла наклона бокового поворотного рычага θ к оси трактора нарушается исходная взаимосвязь между углом α_B и углами α_H (4), α_{CP} (3) действительного поворота, что изменяет его геометрические и кинематические характеристики.

На рисунке 5 и в таблице 2 приведены результаты расчетов разности $\Delta\alpha$ между углом поворота наружного управляемого колеса для правильного поворота $\alpha_{нп}$ и тем же углом $\alpha_{нф}$ при фактическом повороте при различных угловых положениях бокового рычага в зависимости от угла поворота внутреннего управляемого колеса $\alpha_в$, которые подтверждают их рассогласование при изменении угла θ .

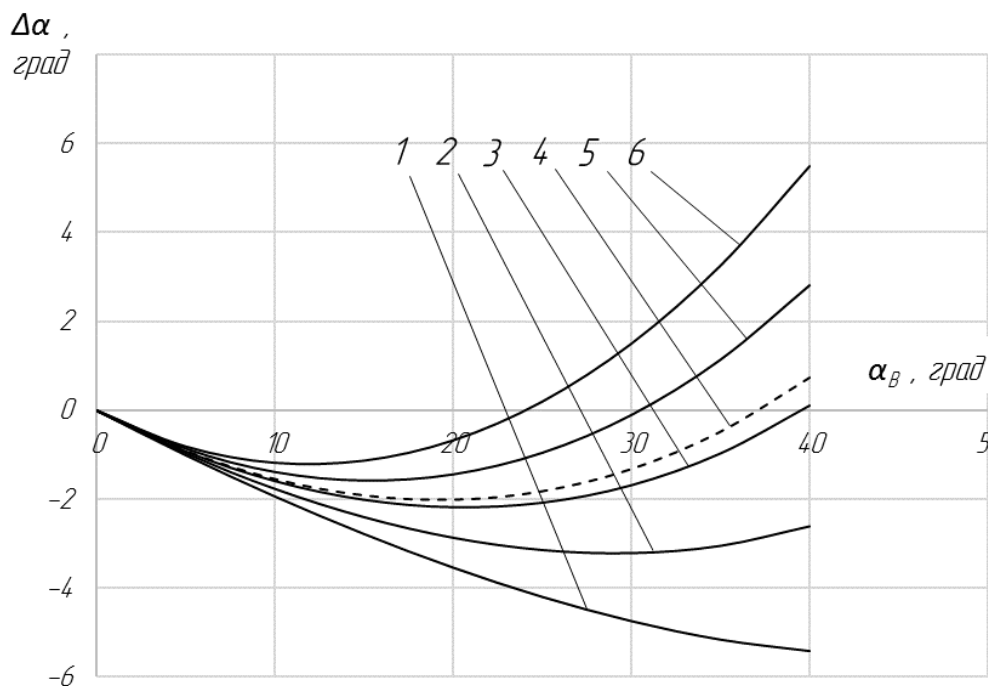


Рис. 5. Графики зависимостей разности между углами поворота наружного управляемого колеса, полученных из условия чистого качения и реализуемого рулевой трапецией, от угла поворота внутреннего управляемого колеса трактора Беларус-80.1:
1 – $\theta = 5^\circ$; 2 – $\theta = 10^\circ$; 3 – $\theta = 15^\circ$; 4 – $\theta = 16,17^\circ$; 5 – $\theta = 20^\circ$; 6 – $\theta = 25^\circ$

Таблица 2. Оценка эффективности рулевой трапеции

θ , град.	5	10	15	16,17	20	25
$\alpha_в$, град.	$ \Delta\alpha $, град.					
0	0	0	0	0	0	0
5	1,004	0,961	0,915	0,904	0,864	0,808
10	1,929	1,762	1,583	1,539	1,389	1,176
15	2,772	2,398	2,003	1,907	1,582	1,128
20	3,527	2,863	2,171	2,005	1,444	0,672
25	4,184	3,14	2,07	1,815	0,96	0,201
30	4,729	3,21	1,677	1,315	0,111	1,505
35	5,144	3,045	0,963	0,475	1,131	3,261
40	5,401	2,606	0,112	0,742	2,801	5,498
$\Sigma(\Delta\alpha)^2$	120,354	54,2023	20,10551	16,642	17,322	46,927

Во всем диапазоне изменения угла наклона бокового рычага θ наблюдается схожая закономерность изменения рассогласования $\Delta\alpha$ между углами $\alpha_{нп}$ и $\alpha_{нф}$: сначала это рассогласование увеличивается с уменьшающейся интенсивностью, затем, достигнув некоторого пикового значения, уменьшается с нарастающей интенсивностью; причем чем больше угол θ , тем при меньшем значении угла $\alpha_в$ наступает пиковое значение рассогласования $\Delta\alpha$ и тем меньше модуль этого пикового значения. Так, при $\theta = 5^\circ$ величина $\Delta\alpha$ не успевает достигнуть пикового значения в пределах $\alpha_в \leq 40^\circ$ и постоянно увеличивается до значения $|\Delta\alpha| = 5,401^\circ$ при $\alpha_в = 40^\circ$. В случае $\theta = 10^\circ$ уже заметен

пик рассогласования $\Delta\alpha$ при $\alpha_B \approx 29^\circ$ ($|\Delta\alpha| \approx 3,3^\circ$) с некоторым последующим уменьшением; при $\theta = 15^\circ$ пик отмечается при $\alpha_B \approx 21^\circ$ ($|\Delta\alpha| \approx 2,2^\circ$), а при больших значениях α_B рассогласование уменьшается до нуля, затем принимает значение $|\Delta\alpha| = 0,112^\circ$. При $\theta > 15^\circ$ угол α_B , при котором $\Delta\alpha$ после пика достигает нуля, уменьшается, а последующий за этим рост рассогласования $\Delta\alpha$ с противоположным знаком становится все более интенсивным. При любом значении θ первоначально $\alpha_{нп} < \alpha_{нф}$, а в случае $\theta \geq 15^\circ$ при углах α_B , превышающих значения, при которых $\Delta\alpha = 0$, при дальнейшем повышении α_B верно обратное: $\alpha_{нп} > \alpha_{нф}$.

С точки зрения выбора оптимального угла наклона бокового рычага θ исходя из условия $\Delta\alpha \rightarrow 0$ угол $\theta < 15^\circ$ не является предпочтительным, поскольку во всем диапазоне угла поворота α_B рассогласование $\Delta\alpha$ больше, чем при угле $\theta = 15^\circ$, который обеспечивает относительно умеренное отклонение $\Delta\alpha$ при малых и средних углах поворота колес, и почти полное соблюдение условия чистого качения ($\Delta\alpha = 0$) при больших углах поворота ($\alpha_B \approx 40^\circ$). Выбор угла $\theta > 15^\circ$ позволяет приблизиться к соблюдению условия чистого качения при малых углах поворота управляемых колес, но за счет увеличения рассогласования при больших углах поворота. Расчеты для базового значения наклона рычага $\theta = 16,17^\circ$ показали рассогласование $|\Delta\alpha| = 1,539^\circ$ – при $\alpha_B = 10^\circ$, $|\Delta\alpha| = 2,005^\circ$ – при $\alpha_B = 20^\circ$, $|\Delta\alpha| = 1,315^\circ$ – при $\alpha_B = 30^\circ$, $|\Delta\alpha| = 0,742^\circ$ – при $\alpha_B = 40^\circ$. На основании анализа данных графиков (рис. 3, 4 и 5) и таблицы 2 примерно это значение можно считать наиболее рациональным, обеспечивающим достаточное соблюдение условия чистого качения как при малых, так и при больших углах поворота управляемых колес. В случае необходимости обеспечения максимального соблюдения условия чистого качения колес при конкретных углах поворота можно принимать угол θ равным другим значениям, но при этом необходимо помнить о конструктивных ограничениях возможного угла наклона боковых поворотных рычагов рулевой трапеции [9].

Дополнительно проведен анализ графика зависимости $\Sigma(\Delta\alpha)^2 = f(\theta)$ (рис. 6), который позволяет утверждать, что оптимальным, с учетом всего интервала изменения углов поворота управляемых колес и при неизменных длинах боковых поворотных рычагов, является значение угла $\theta = 18^\circ$, которое несколько отличается от базового варианта $\theta = 16,17^\circ$.

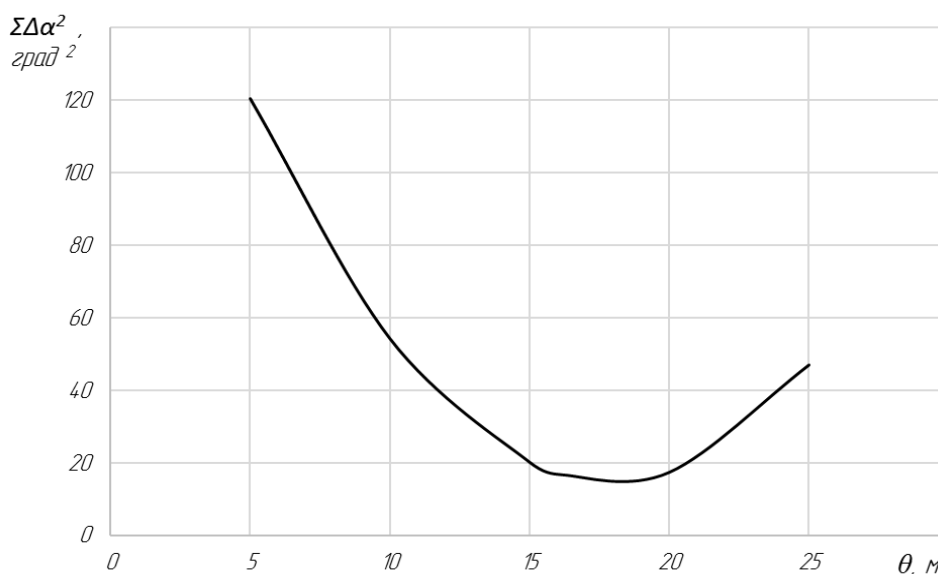


Рис. 6. График зависимости параметра $\Sigma(\Delta\alpha)^2$ от угла наклона бокового рычага рулевой трапеции трактора Беларус-80.1

На рисунках 7 и 8 представлены зависимости мгновенного теоретического минимального радиуса поворота $R_{\min}$ и отклонения мгновенного центра поворота от продолжения линии задней оси e трактора Беларус-80.1 от угла наклона бокового рычага θ четырехзвенной рулевой трапеции при углах $\alpha_B = 10^\circ$, $\alpha_B = 25^\circ$ и $\alpha_B = 40^\circ$, полученные на основе аналитических расчетов по представленному выше алгоритму. Принятие для анализа углов поворота управляемых колес трактора обусловлено их наиболее используемыми рабочими режимами [8, 15, 16].

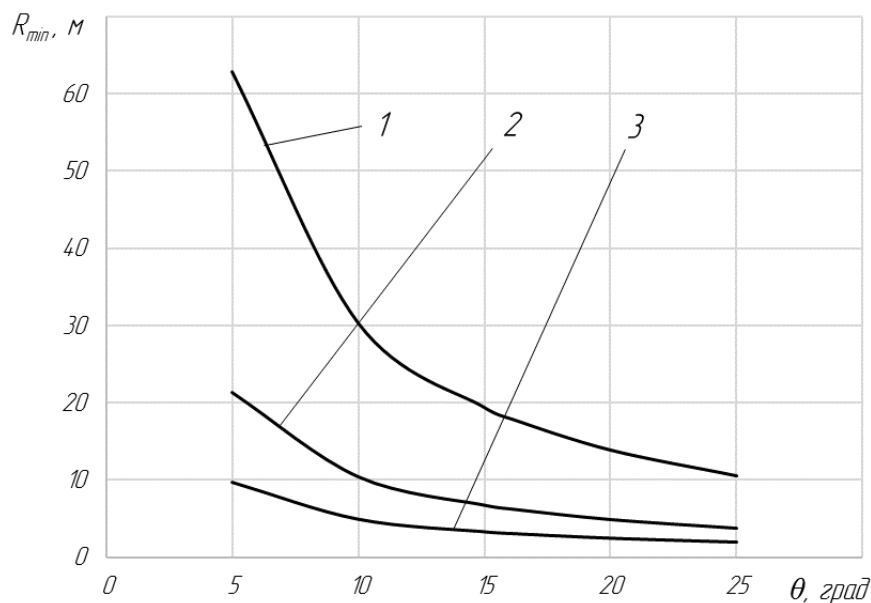


Рис. 7. Графики зависимостей теоретического минимального радиуса поворота трактора Беларус-80.1 от угла наклона бокового рычага рулевой трапеции:

1 – $\alpha_B = 10^\circ$; 2 – $\alpha_B = 25^\circ$; 3 – $\alpha_B = 40^\circ$

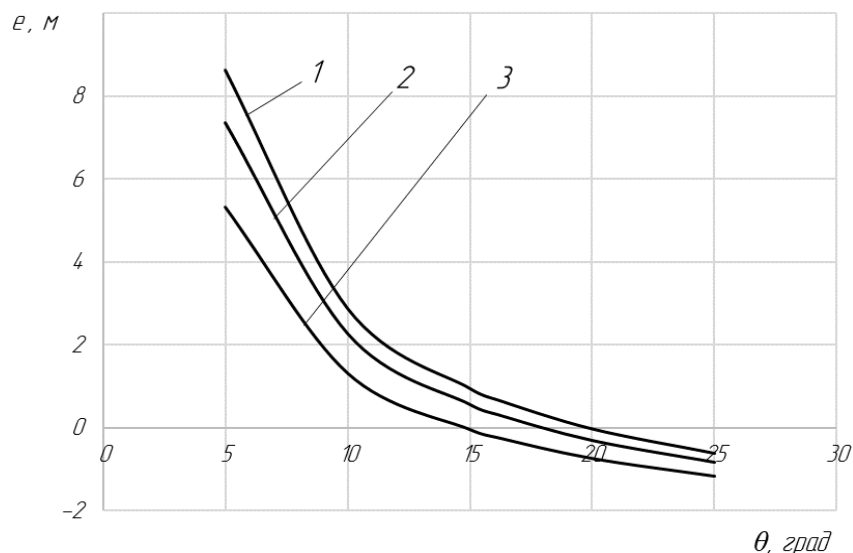


Рис. 8. Графики зависимостей отклонения мгновенного центра поворота от продолжения линии задней оси трактора Беларус-80.1 от угла наклона бокового рычага рулевой трапеции:

1 – $\alpha_B = 10^\circ$; 2 – $\alpha_B = 25^\circ$; 3 – $\alpha_B = 40^\circ$

Расчетом по зависимости (5) установлено, что увеличение угла наклона бокового рычага к продольной оси машины от 5 до 25° (рис. 1) приводит к многократному уменьшению мгновенного минимального радиуса поворота трактора на всех рассматриваемых режи-

мах поворота колес (рис. 7). Так, при угле $\alpha_B = 10^\circ$ и $\theta = 5^\circ$ $R_{\min} = 62,811$ м. При том же значении α_B , но при $\theta = 25^\circ$ $R_{\min} = 10,491$ м. Уменьшение составило $\Delta R_{\min} = 52,32$ м, или 83,3%.

Для углов $\alpha_B = 25^\circ$ и $\alpha_B = 40^\circ$ получили соответственно: $\theta = 5^\circ - R_{\min} = 21,337$ м и $R_{\min} = 9,672$ м; $\theta = 25^\circ - R_{\min} = 3,791$ м и $R_{\min} = 1,949$ м; $\alpha_B = 25^\circ - \Delta R_{\min} = 17,546$ м (82,23%) и $\alpha_B = 40^\circ - \Delta R_{\min} = 7,723$ м (79,85%). При этом смещение мгновенного центра поворота O (рис. 1) от линии продолжения задней оси трактора (7) при увеличении угла поворота управляемых колес сначала уменьшается, затем незначительно увеличивается (рис. 8). Причем при малых углах поворота центр поворота O лежит вне колесной базы машины, а при больших – внутри нее. При углах $\alpha_B = 10^\circ$, $\alpha_B = 25^\circ$ и $\alpha_B = 40^\circ$ соответственно имеем: $\theta = 5^\circ - e = 8,615$ м, $e = 7,342$ м и $e = 5,318$ м; $\theta = 25^\circ - e = 0,61$ м, $e = 0,84$ м и $e = 1,162$ м. Разность составила: $\alpha_B = 10^\circ - \Delta e = 9,225$ м (107,08%); $\alpha_B = 25^\circ - \Delta e = 8,185$ м (111,48 %); $\alpha_B = 40^\circ - \Delta e = 6,48$ м (121,85%).

Для правильного поворота исследуемого объекта (рис. 2) при тех же соответствующих данному условию конструктивных и эксплуатационных характеристиках, определенных по формуле (2), получены следующие значения минимального радиуса поворота: $\alpha_B = 10^\circ - R_{\min} = 15,22$ м, $\alpha_B = 25^\circ - R_{\min} = 5,829$ м и $\alpha_B = 40^\circ - R_{\min} = 3,334$ м. В первом случае ($\alpha_B = 10^\circ$) минимальный радиус $R_{\min}$ идеального поворота меньше $R_{\min}$ фактического поворота при малых углах наклона рычага ($\theta = 5^\circ$) – на $\Delta R_{\min} = 47,591$ м (75,77%), а в случае больших углов наклона рычага ($\theta = 25^\circ$) радиус $R_{\min}$ реального поворота меньше, чем правильного поворота – на $\Delta R_{\min} = 4,729$ м (31,07%). Аналогичную картину имеем при $\alpha_B = 25^\circ$ и при $\alpha_B = 40^\circ$: для $\theta = 5^\circ$ $R_{\min}$ идеального поворота меньше $R_{\min}$ фактического поворота на $\Delta R_{\min} = 15,508$ м (72,68 %) и $\Delta R_{\min} = 6,338$ м (65,53%) соответственно, а при $\theta = 25^\circ$ $R_{\min}$ реального поворота меньше, чем $R_{\min}$ правильного поворота – на $\Delta R_{\min} = 2,038$ м (34,96 %) и на $\Delta R_{\min} = 1,385$ м (41,54%).

Для базового варианта рулевой трапеции ($m = 0,2066$ м и $\theta = 16,17^\circ$) искомые кинематические характеристики фактического поворота имеют следующие значения: $\alpha_B = 10^\circ - R_{\min} = 17,754$ м, $e = 0,67$ м; $\alpha_B = 25^\circ - R_{\min} = 6,243$ м, $e = 0,303$ м; $\alpha_B = 40^\circ - R_{\min} = 3,051$ м, $e = -0,236$ м. Имеем увеличение радиуса $R_{\min}$ в сравнении с одноименным параметром, полученным для правильного поворота: при $\alpha_B = 10^\circ$ и $\alpha_B = 25^\circ$ – соответственно на $\Delta R_{\min} = 2,534$ м (14,27 %) и $\Delta R_{\min} = 0,414$ м (6,63 %), а при $\alpha_B = 40^\circ$ – уменьшение на $\Delta R_{\min} = 0,283$ м (9,28%). При этом смещение центра O поворота e при значениях угла наклона боковых рычагов $\theta = 5^\circ$ больше, чем при базовом наклоне $\theta = 16,17^\circ$, а при $\theta = 25^\circ$ – меньше во всем диапазоне изменения углов поворота управляемых колес. Но при $\theta = 5^\circ$ центр поворота O смещается за пределы продольной базы, а при $\theta = 25^\circ$ – внутрь нее.

Выводы

1. Четырехзвенный шарнирно-рычажный механизм рулевой трапеции не позволяет в полной мере обеспечить необходимую взаимосвязь между углами поворота внутреннего и наружного управляемых колес машины относительно плоскости их вращения.

2. Для трактора Беларус-80.1 установлено, что угол наклона бокового рычага рулевой трапеции $\theta = 18^\circ$ при постоянном его угловом положении является оптимальным во всем интервале изменения углов поворота управляемых колес, так как при этом углы поворота наружного колеса наиболее близки подобным углам правильного поворота при одних и тех же углах поворота внутренних управляемых колес.

3. Увеличение угла наклона бокового рычага от 5 до 25° приводит к уменьшению мгновенного минимального радиуса поворота трактора Беларус-80.1 во всем диапазоне изменения углов поворота управляемых колес.

Так, для углов $\alpha_B = 25^\circ$ и $\alpha_B = 40^\circ$ получили соответственно: $\theta = 5^\circ - R_{\min} = 21,337$ м и $R_{\min} = 9,672$ м; $\theta = 25^\circ - R_{\min} = 3,791$ м и $R_{\min} = 1,949$ м; $\theta = 5^\circ - \Delta R_{\min} = 17,546$ м и $\theta = 25^\circ - \Delta R_{\min} = 7,723$ м.

4. Установлено снижение величин смещения мгновенного центра поворота от линии продолжения задней оси трактора Беларус-80.1 с ростом угла θ от 5° до 25° во всем диапазоне изменения углов поворота управляемых колес. Причем при $\theta = 5^\circ$ центр поворота лежит вне колесной базы машины, а при $\theta = 25^\circ$ – внутри нее.

5. За счет применения рулевой трапеции для выполнения поворота колесной машины можно в некоторых случаях улучшить ее маневренность в сравнении с правильным поворотом, но при этом мгновенный центр поворота будет находиться внутри колесной базы, и кинематическое согласование качения колес будет происходить вследствие боковой деформации шин и скольжения, что является причиной их дополнительного износа и возникновения повышенных нагрузок на детали, узлы и агрегаты.

6. Обоснование рациональных конструктивных параметров четырехзвенного шарнирно-рычажного механизма рулевой трапеции должно быть осуществлено методами оптимизации на основе моделирования процесса криволинейного движения колесной машины [17, 19] в зависимости от способа поворота и конкретных условий работы, где основным критерием необходимо принимать смещение мгновенного центра скоростей от линии продолжения задней оси.

Список источников

1. Анилович В.Я., Водолажченко Ю.Т. Конструирование и расчет сельскохозяйственных тракторов: справочное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Машиностроение, 1976. 456 с.
2. Беляев А.Н., Мухин А.М., Пиляев В.С. Аналитическая оценка влияния длины бокового рычага рулевой трапеции на кинематику поворота колесной машины // Наука в Центральной России. 2025. № 5(77). С. 75–86. DOI: 10.35887/2305-2538-2025-5-75-86.
3. Беляев А.Н., Оробинский В.И., Химченко А.В. и др. Определение положения мгновенного центра поворота и радиуса поворота при изменении ширины колеи колесного трактора // Наука в Центральной России. 2024. № 3(69). С. 73–84. DOI: 10.35887/2305-2538-2024-3-73-84.
4. Беляев А.Н., Тришина Т.В., Шередекин П.В. Основные типы систем рулевых управлений автомобилей // Проблемы и перспективы конструктивного совершенствования отечественного автомобилестроения: материалы Всероссийской научно-технической конференции (Воронеж, 12 апреля 2003 г.). Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова», 2023. С. 24–32.
5. Беляев А.Н., Химченко А.В., Тришина Т.В. и др. Исследование кинематики поворота колесной машины с изменяемой колеей // Тракторы и сельхозмашины. 2024. Т. 91, № 5. С. 542–552. DOI: 10.17816/0321-4443-627756.
6. Бухарин Н.А., Прозоров В.С., Щукин М.М. Автомобили. Конструкция, нагрузочные режимы, рабочие процессы, прочность агрегатов автомобиля. 2-е изд., доп. и перераб. Ленинград: Машиностроение, 1973. 504 с.
7. Гришкевич А.И., Ломако Д.М., Автушенко В.П. и др. Автомобили: конструкция, конструирование и расчет. Системы управления и ходовая часть: учебное пособие. Минск: Вышэйшая школа, 1987. 200 с.
8. Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др. Тракторы: теория. Москва: Машиностроение, 1988. 374 с.
9. Ксенович И.П., Гуськов В.В., Бочаров Н.Ф. и др. Тракторы. Проектирование, конструирование и расчет. Москва: Машиностроение, 1991. 544 с.
10. Лукин П.П., Гаспарянц Г.А., Родионов В.Ф. Конструирование и расчет автомобиля. Москва: Машиностроение, 1984. 376 с.
11. Новиков А.Е. Улучшение поворачиваемости машинно-тракторного агрегата за счет совершенствования задней навесной системы: дис. ... канд. техн. наук: 4.3.1. Воронеж, 2024. 173 с.
12. Раймпель Й. Шасси автомобиля. Рулевое управление; пер. с нем. Москва: Машиностроение, 1987. 232 с.
13. Руководство по эксплуатации тракторов Беларус-80.1/82.1/82Р [Электронный ресурс] // ООО «Минский тракторный завод». URL: <https://mtz.ru/novosti/48-belarus-80-1-82-1-820-rukovodstvo-po-ekspluatatsii> (дата обращения: 18.06.2025).
14. Скотников В.А., Мащенский А.А., Солонский А.С. Основы теории и расчета трактора и автомобиля; под. ред. В.А. Скотникова. Москва: Агропромиздат, 1986. 383 с.
15. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. 2-е изд., доп. и перераб. Москва: Машиностроение, 1990. 352 с.
16. Тарасик В.П. Теория движения автомобиля: учебник. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2006. 478 с.
17. Genta G. Motor Vehicle Dynamics. Modeling and Simulation. Great Britain, London: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2006. 600 p.
18. Jazar Reza N. Vehicle Dynamics: Theory and Application. Switzerland: Springer Charm, 2008. 1167 p.
19. Meywerk M. Vehicle dynamics. United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd, 2015. 362 p.

References

1. Anilovich V.Ya., Vodolazhchenko Yu.T. Design and calculation of agricultural tractors: reference guide. 2nd edition, revised and enlarged. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1976. 456 p. (In Russ).
2. Belyaev A.N., Mukhin A.M., Pilyaev V.S. Analytical assessment of the effect of the length of the side lever of the steering trapezoid on the kinematics of turning a wheeled vehicle. *Science in the Central Russia*. 2025;5(77):75-86. DOI: 10.35887/2305-2538-2025-5-75-86. (In Russ.).
3. Belyaev A.N., Orobinsky V.I., Khimchenko A.V. et al. Determination of the position of the instantaneous center of rotation and the turning radius when changing the track width of a wheeled tractor. *Science in the Central Russia*. 2024;3(69):73-84. DOI: 10.35887/2305-2538-2024-3-73-84. (In Russ.).
4. Belyaev A.N., Trishina T.V., Sheredekin P.V. The main types of steering systems of cars. In: Problems and prospects of constructive improvement of the domestic automotive industry: Proceedings of the All-Russian Science and Technology Conference (Voronezh, April 12, 2023). Voronezh: Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov; 2023:24-32. (In Russ).
5. Belyaev A.N., Khimchenko A.V., Trishina T.V. et al. Study of the turn kinematics of a wheeled vehicle with a variable track. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2024;91(5):242-252. DOI: 10.17816/0321-4443-627756. (In Russ.).
6. Bukharin N.A., Prozorov V.S., Shchukin M.M. Automobiles. Design, loading modes, operating procedures, car units' strength factor. 2nd edition, revised and enlarged. Leningrad: Mashinostroenie Publishers; 1973. 504 p. (In Russ).
7. Grishkevich A.I., Lomako D.M., Avtushenko V.P. et al. Cars: construction, design and calculation. Control systems and chassis: study guide. Minsk: Vysshaya Shkola Publishers; 1987. 200 p. (In Russ).
8. Guskov V.V., Velev N.N., Atamanov Yu.E. et al. Tractors: Theory. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1988. 374 p. (In Russ).
9. Ksenevich I.P., Guskov V.V., Bocharov N.F. et al. Tractors. Design, construction and calculation. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1991. 544 p. (In Russ).
10. Lukin P.P., Gasparyants G.A., Rodionov V.F. Car design and calculation. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1984. 376 p. (In Russ).
11. Novikov A.E. Improving the turnability of a machine-tractor unit by perfecting the rear mounted system: Candidate Dissertation in Engineering Sciences: 4.3.1. Voronezh; 2024. 173 p. (In Russ).
12. Raimpel J. Car chassis: Steering. Translated from German by V.N. Palyanov; edited by A.A. Galbreikh. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1987. 232 p. (In Russ).
13. Operation Manual. Tractor Belarus 80.1/82.1/82P. OOO "Minsk Tractor Works". URL: <https://mtz.ru/novosti/48-belarus-80-1-82-1-820-rukovodstvo-po-ekspluatatsii>. (In Russ.).
14. Skotnikov V.A., Mashchensky A.A., Solonsky A.S. Fundamentals of theory and calculation of tractors and automobiles; edited by V.A. Skotnikov. Moscow: Agropromizdat; 1986. 383 p. (In Russ).
15. Smirnov G.A. Theory of motion of wheeled vehicles. 2nd edition, revised and enlarged. Moscow: Mashinostroenie Publishers; 1990. 352 p. (In Russ).
16. Tarasik V.P. Theory of car movement: textbook. St. Petersburg: BHV-Petersburg Publishers; 2006. 478 p. (In Russ).
17. Genta G. Motor Vehicle Dynamics. Modeling and Simulation. United Kingdom: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2006. 600 p.
18. Jazar Reza N. Vehicle Dynamics: Theory and Application. Switzerland: Springer Charm; 2008. 1167 p.
19. Meywerk M. Vehicle dynamics. United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd; 2015. 362 p.

Информация об авторах

А.Н. Беляев – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», aifkm_belyaev@mail.ru.

Д.Н. Афоничев – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электротехники и автоматики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», dmafonichev@yandex.ru.

А.М. Мухин – заведующий лабораторией кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», alex.fly2002@mail.ru.

В.С. Пилияев – аспирант кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», plaksher@gmail.com.

Information about the authors

A.N. Belyaev, Doctor of Engineering Sciences, Head of the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, aifkm_belyaev@mail.ru.

D.N. Afonichev, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Dept. of Electrical Engineering and Automation, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, dmafonichev@yandex.ru.

A.M. Mukhin, Head of the Laboratory of the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, alex.fly2002@mail.ru.

V.S. Pilyaev, Postgraduate Student, the Dept. of Applied Mechanics, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great, plaksher@gmail.com.

Статья поступила в редакцию 10.12.2025; одобрена после рецензирования 20.01.2026; принята к публикации 26.01.2026.

The article was submitted 10.12.2025; approved after reviewing 20.01.2026; accepted for publication 26.01.2026.

© Беляев А.Н., Афоничев Д.Н., Мухин А.М., Пилияев В.С., 2026